



MECÂNICA DOS FLUIDOS

NOÇÕES BÁSICAS

Hellem Victoria Ribeiro dos Santos
Gabriel Trentino Froes
Felipe Corrêa Veloso dos Santos

MECÂNICA DOS FLUIDOS

NOÇÕES BÁSICAS

1ª Edição



AUTORES

Hellem Victoria Ribeiro dos Santos

Gabriel Trentino Froes

Felipe Corrêa Veloso dos Santos

DOI: <http://dx.doi.org/10.47538/AC-2025.07>



Ano 2025

MECÂNICA DOS FLUIDOS

NOÇÕES BÁSICAS

1ª Edição

Catálogo da publicação na fonte

Santos, Hellem Victoria Ribeiro dos.

Mecânica dos fluidos: noções básicas [Recurso eletrônico]/ Hellem Victoria Ribeiro dos Santos, Gabriel Trentino Froes, Felipe Corrêa Veloso dos Santos.— 1. ed. — Natal : Editora Amplamente, 2025.

PDF.

Bibliografia.

ISBN: 978-65-89928-96-6

DOI: <http://dx.doi.org/10.47538/AC-2025.07>

1. Mecânica de fluidos. 2. Hidráulica. 3. Física. I. Santos, Hellem Victoria Ribeiro dos. II. Froes, Gabriel Trentino. III. Santos, Felipe Corrêa Veloso dos. IV. Título.

CDU 532

S237

Elaborada por Mônica Karina Santos Reis CRB-15/393

Direitos para esta edição cedidos pelos autores à Editora Amplamente.

Editora Amplamente
Empresarial Amplamente Ltda.
CNPJ: 35.719.570/0001-10
E-mail: publicacoes@editoraamplamente.com.br
www.amplamentecursos.com
Telefone: (84) 999707-2900
Caixa Postal: 3402
CEP: 59082-971
Natal- Rio Grande do Norte – Brasil
Copyright do Texto © 2025 Os autores
Copyright da Edição © 2025 Editora Amplamente
Declaração dos autores/ Declaração da Editora:
disponível em <https://www.editoraamplamente.com/politicas-editoriais>

Editora-Chefe: Dayana Lúcia Rodrigues de Freitas
Assistentes Editoriais: Caroline Rodrigues de F. Fernandes; Margarete Freitas Baptista
Bibliotecária: Mônica Karina Santos Reis CRB-15/393
Projeto Gráfico, Edição de Arte e Diagramação: Luciano Luan Gomes Paiva; Caroline Rodrigues de F. Fernandes
Capa: Canva®/Freepik®
Parecer e Revisão por pares: Revisores
Creative Commons. Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional (CC-BY-NC-ND).



Ano 2025

CONSELHO EDITORIAL

Dra. Andreia Rodrigues de Andrade
Dra. Camila de Freitas Moraes
Ms. Caroline Rodrigues de Freitas Fernandes
Dra. Cláudia Maria Pinto da Costa
Dr. Damião Carlos Freires de Azevedo
Me. Danilo Sobral de Oliveira
Dra. Danyelle Andrade Mota
Dra. Dayana Lúcia Rodrigues de Freitas
Dra. Elane da Silva Barbosa
Dra. Eliana Campêlo Lago
Dr. Elias Rocha Gonçalves
Dr. Everaldo Nery de Andrade
Dra. Fernanda Miguel de Andrade
Dr. Izael Oliveira Silva
Me. Luciano Luan Gomes Paiva
Dra. Mariana Amaral Terra
Dr. Máximo Luiz Veríssimo de Melo
Dra. Mayana Matildes da Silva Souza
Dr. Maykon dos Santos Marinho
Dr. Milson dos Santos Barbosa
Dra. Mônica Aparecida Bortoletti
Dra. Mônica Karina Santos Reis
Dr. Raimundo Alexandre Tavares de Lima
Dr. Romulo Alves de Oliveira
Dra. Rosângela Couras Del Vecchio
Dra. Smalyanna Sgren da Costa Andrade
Dra. Viviane Cristhyne Bini Conte
Dr. Wanderley Azevedo de Brito
Dr. Weberson Ferreira Dias

CONSELHO TÉCNICO CIENTÍFICO

Ma. Ana Cláudia Silva Lima
Me. Carlos Eduardo Krüger
Ma. Carolina Pessoa Wanderley
Ma. Daniele Eduardo Rocha
Me. Francisco Odécio Sales
Me. Fydel Souza Santiago
Me. Gilvan da Silva Ferreira
Ma. Iany Bessa da Silva Menezes
Me. João Antônio de Sousa Lira
Me. José Flôr de Medeiros Júnior
Me. José Henrique de Lacerda Furtado
Ma. Josicleide de Oliveira Freire
Ma. Luana Mayara de Souza Brandão
Ma. Luma Mirely de Souza Brandão
Me. Marcel Alcleante Alexandre de Sousa
Me. Márcio Bonini Notari
Ma. Maria Antônia Ramos Costa
Me. Maria Aurélio da Silveira Assoni
Ma. Maria Inês Branquinho da Costa Neves
Ma. Maria Vandia Guedes Lima
Me. Marlon Nunes Silva
Me. Paulo Roberto Meloni Monteiro Bressan
Ma. Sandy Aparecida Pereira
Ma. Sirlei de Melo Milani
Me. Vanilo Cunha de Carvalho Filho
Ma. Viviane Cordeiro de Queiroz
Me. Wildeson de Sousa Caetano
Me. William Roslindo Paranhos



Ano 2025



DEDICATÓRIA

Ser professor não é apenas passar conhecimento, mas também estar constantemente em processo de aprendizagem. O contato com novos alunos, a cada semestre, é deparar-se com novas interpretações acerca do mundo.

Há uma imensa alegria em ensinar e, sendo assim, este livro é dedicado aos alunos e foi realizado pensando em fornecer um material para contribuir com o aprendizado dos mesmos.

Um agradecimento especial ao Wilker de Oliveira Paniago, que se dispôs a realizar a maior parte das ilustrações deste livro com o intuito único de ajudar-nos e sua colaboração foi essencial para atingirmos o resultado.



Ano 2025



APRESENTAÇÃO

A Editora Amplamente tem o prazer de apresentar “Mecânica dos Fluidos: Noções Básicas”, uma obra essencial para estudantes e profissionais que desejam compreender os fundamentos da hidráulica e a dinâmica dos fluidos em diferentes sistemas.

O estudo da mecânica dos fluidos é fundamental para diversas áreas da engenharia e ciências aplicadas, sendo um dos pilares para o desenvolvimento de projetos envolvendo tubulações, reservatórios, bombas e sistemas de transporte de líquidos e gases. Para isso, é indispensável compreender os conceitos básicos, como a definição de fluido newtoniano, suas propriedades e os fatores que influenciam seu comportamento dentro de um sistema.

Nesta obra, o leitor será conduzido por uma abordagem clara e objetiva sobre os princípios fundamentais da mecânica dos fluidos, explorando as diferenças entre sólidos e fluidos, as características dos líquidos e gases, e os impactos das condições estruturais das tubulações sobre o fluxo. Além disso, conceitos importantes como tensão de cisalhamento, viscosidade e resistência ao escoamento são detalhados de forma didática e acessível.

Com base em referências acadêmicas consolidadas e exemplificações práticas, este livro é um material indispensável para aqueles que estão iniciando sua jornada no universo da mecânica dos fluidos. Ao longo dos capítulos, o leitor terá a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos, adquirindo as competências necessárias para aplicar esses conceitos em contextos reais.

Desejamos a todos uma leitura proveitosa e enriquecedora!

Editora Amplamente



Ano 2025

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. REGIME DE ESCOAMENTO	12
2.2 REGIME DE ESCOAMENTO FLUVIAL E TORRENCIAL	15
3. RUGOSIDADE	17
4. PERDA DE CARGA	18
5. DANIEL BERNOULLI	22
5.1 EQUAÇÃO DE BERNOULLI	23
5.1.1 Perda de Carga, Máquinas e a Equação de Bernoulli.....	28
6. HENRY DARCY	31
7. JULIUS WEISBACH	32
7.1 EQUAÇÃO DE DARCY-WEISBACH	32
7.1.1 Perda de Carga Localizada ou Perda de Carga Singular	34
7.2 FATOR DE ATRITO.....	41
8. ALLEN HAZEN	43
9. GARDEN WILLIAMS	44
9.1 EQUAÇÃO DE HAZEN-WILLIAMS	44
10. FLAMANT	47
10.1 EQUAÇÃO DE FLAMANT.....	47
11. ESCOAMENTO EM SISTEMAS DE CONDUTOS FORÇADOS	50
11.1 CONDUTOS EQUIVALENTES	50
11.2 CONDUTOS EM SÉRIE	50
11.3 CONDUTOS EM PARALELO	51
12. EXPERIMENTOS	54
12.1 DETERMINAÇÃO DA RUGOSIDADE, DO FATOR DE ATRITO E DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE HAZEN-WILLIAMS NO TUBO LISO E NO TUBO RUGOSO	54
12.1.1 Objetivos	54
12.1.2 Materiais.....	54
12.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	54
12.1.4 Tubo liso.....	55
12.1.5 Tubo Rugoso	59
12.2 DETERMINAÇÃO DA PERDA DE CARGA LOCALIZADA NO REGISTRO DE GAVETA.....	61
12.2.1 Objetivos	61
12.2.2 Materiais.....	62
12.2.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	62
12.2.4 Vazões no Sistema e no Tubo Diafragma	62
12.2.5 Perda de Carga do Registro	64



12.2.6 Coeficiente de Perda de Carga do Registro de Gaveta.....	65
13.VAZÃO	66
13.1 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE PARA REGIME PERMANENTE.....	68
13.2 MEDIDORES DE VAZÃO	70
13.2.1Tubo Diafragma	70
13.2.2Placa de orifício.....	75
13.2.3Tubo de Venturi.....	77
13.2.4Bocal Convergente	79
13.2.5Rotâmetro	79
13.3VERTEDORES.....	80
13.3.1Classificação dos Vertedores	80
13.3.2Vertedor Retangular sem Contração	81
13.3.3Vertedor Retangular de Duas Contrações	82
13.3.4Vertedor Triangular	83
14.EXPERIMENTOS.....	85
14.1 DETERMINAÇÃO DA VAZÃO NO TUBO DIAFRAGMA	85
14.1.1 Objetivos	85
14.1.2 Materiais Utilizados.....	85
14.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	85
14.1.4 Viscosidade Cinemática do Fluido (Água)	86
14.1.5 Vazão Teórica.....	87
14.1.6 Número de Reynolds	87
14.1.7 Determinação do <i>K_{real}</i> usando o Número de Reynolds	88
14.1.8 Vazão Real	89
14.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS TRÊS RESERVATÓRIOS	90
14.2.1 Objetivos	90
14.2.2 Materiais Utilizados.....	90
14.2.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	90
14.2.4 Reservatórios A e B São Abastecedores	91
14.2.5 Reservatório A é Abastecedor e Reservatório B é Receptor	92
14.3 DETERMINAÇÃO DA VAZÃO NO VERTEDOR RETANGULAR COM DUAS CONTRAÇÕES, NO VERTEDOR TRIANGULAR E NO VERTEDOR DE PAREDE ESPESSE.....	93
14.3.1 Objetivos	93
14.3.2 Materiais Utilizados.....	93
14.3.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	93
14.3.4 Vazão Real	94
14.3.5 Vazão no Vertedor Retangular de Duas Contrações	94
14.3.6 Vazão no Vertedor de Seção Triangular	95
14.3.7 Vazão no Vertedor Retangular de Parede Espessa.....	96
14.3.8 Observações sobre os Erros	97
15.BOMBAS HIDRÁULICAS.....	99
15.1 BOMBAS CENTRÍFUGAS.....	99
15.2 BOMBAS VOLUMÉTRICAS	100
15.3 BOMBA CENTRÍFUGA RADIAL	100
15.4 COMPONENTES DE UMA BOMBA	101
15.5 GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DA BOMBA.....	101
15.6 CAVITAÇÃO	105
15.7 GOLPE DE ARÍETE	105

15.7.1 Celeridade.....	105
15.7.2 Cálculo da sobrepresão (ha).....	107
15.7.3 Dispositivos de Segurança para Reduzir Danos do Golpe de Aríete	107
15.8 DIMENSIONAMENTO ECONÔMICO DE ADUTORAS	107
15.8.1 Fórmula de Bresse.....	108
16. ORIFÍCIOS.....	110
16.1 SEÇÃO CONTRAÍDA.....	113
16.2 VAZÃO EM GRANDES ORIFÍCIOS	115
16.3 ESCOAMENTO COM NÍVEL VARIÁVEL	116
17. FÓRMULA DE MANNING PARA GALERIAS E CANAIS.....	118
17.1 RELAÇÃO ENTRE A EQUAÇÃO DE DARCY-WEISBACH E A EQUAÇÃO DE MANNING	119
17.2 COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING.....	120
17.2.1 Vazão de Kutter	121
17.2.2 Pesquisa Acerca do Coeficiente de Rugosidade de Manning.....	122
17.2.3 Coeficiente de Rugosidade de Manning para Tubos de Concreto e de PVC	123
18. RESSALTO HIDRÁULICO.....	124
18.1 Energia Específica e Ressalto Hidráulico.....	125
19. EXPERIMENTOS.....	130
19.1 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE DESCARGA, CONTRAÇÃO E VELOCIDADE NO ORIFÍCIO DE FUNDO	130
19.1.1 Objetivos	130
19.1.2 Materiais Utilizados.....	130
19.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução.....	130
19.1.4 Coeficiente de Forma.....	131
19.1.5 Vazão no Tubo Diafragma (Q_{real}).....	131
19.1.6 Coeficiente de Descarga (cd')	132
19.1.7 Vazão Teórica (QT).....	133
19.1.8 Coeficiente de Velocidade e Coeficiente de Contração	133
19.2 VISUALIZAÇÃO E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO FENÔMENO DO RESSALTO HIDRÁULICO	134
19.2.1 Objetivos	134
19.2.2 Materiais Utilizados.....	134
19.2.3 Metodologia e Exemplos	134
19.2.4 Dissipação de Energia do Ressalto Hidráulico	135
19.2.5 Vazão no Tubo Diafragma (Q_{TD}) e no Ressalto Hidráulico (Q_{RH}).....	135
19.2.6 Potência Dissipada pelo Tubo Diafragma (P_{dTD}) e pelo Ressalto Hidráulico (P_{dRH}).....	136
19.2.7 Cálculo Porcentual dos Erros.....	137
19.3 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING....	138
19.3.1 Objetivos	138
19.3.2 Materiais Utilizados.....	138
19.3.3 Metodologia e Exemplos	138
19.3.4 Vazão no Tubo Diafragma.....	139
19.3.5 Velocidade da Água no Tubo Diafragma.....	139
19.3.6 Raio Hidráulico	140
19.3.7 Coeficiente de Manning.....	140



20.EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	141
EXERCÍCIO 1	141
Resposta:	141
EXERCÍCIO 2	143
Resposta:	143
EXERCÍCIO 3	145
Resposta:	145
EXERCÍCIO 4	147
Resposta:	147
EXERCÍCIO 5	149
Resposta:	149
EXERCÍCIO 6	151
Resposta:	151
EXERCÍCIO 7	153
Resposta:	153
EXERCÍCIO 8	155
Resposta:	155
EXERCÍCIO 9	157
Resposta:	157
EXERCÍCIO 10	159
Resposta:	159
EXERCÍCIO 11	161
Resposta:	161
EXERCÍCIO 12	163
Resposta:	163
EXERCÍCIO 13	166
Resposta:	166
EXERCÍCIO 14	168
Resposta:	168
EXERCÍCIO 15	170
Resposta:	170
EXERCÍCIO 16	172
Resposta:	172
EXERCÍCIO 17	173
Resposta:	173
EXERCÍCIO 18	174
Resposta:	174
EXERCÍCIO 19	176
Resposta:	176
EXERCÍCIO 20	177
Resposta:	177
EXERCÍCIO 21	178
Resposta:	178
EXERCÍCIO 22	179
Resposta:	179
EXERCÍCIO 23	180
Resposta:	180
EXERCÍCIO 24	181
Resposta:	181
EXERCÍCIO 25	182
Resposta:	182



EXERCÍCIO 26	183
Resposta:	183
EXERCÍCIO 27	184
Resposta:	184
EXERCÍCIO 28	185
Resposta:	185
EXERCÍCIO 29	186
Resposta:	186
EXERCÍCIO 30	187
Resposta:	187
EXERCÍCIO 31	188
Resposta:	188
EXERCÍCIO 32	189
Resposta:	189
EXERCÍCIO 33	190
Resposta:	190
EXERCÍCIO 34	191
Resposta:	191
EXERCÍCIO 35	193
Resposta:	193
EXERCÍCIO 36	194
Resposta:	194

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 196

INFORMAÇÕES SOBRE OS AUTORES 200



1. INTRODUÇÃO

Para começar os estudos na disciplina de hidráulica, deve-se entender previamente o que é um fluido newtoniano, seus comportamentos e os principais fatores de uma tubulação que fazem os comportamentos desse fluido variarem de um sistema para outro.

O fluido newtoniano é uma substância capaz de sofrer uma tensão de cisalhamento τ (KPa), carga submetida paralela à área de superfície, e se deformar de forma contínua independente da intensidade da tensão (Vilanova, 2016). Enquanto uma substância sólida deforma diretamente com a intensidade da tensão, podendo deformar (fase elástica) e romper (fase plástica) (Mendes, 2009).

Os fluidos não são necessariamente apenas líquidos como a água e o óleo, eles também englobam a classe física dos gases. Isto é, os fluidos podem ser tanto líquidos quanto gasosos (Vilanova, 2016).

Os fluidos apresentam diferenças em seus comportamentos de acordo com os sistemas hidráulicos. Uma tubulação de menor diâmetro, por exemplo, causaria maior atrito entre as moléculas, gerando um comportamento caótico da água na tubulação (Vilanova, 2016).

Em seguida, serão abordados mais alguns conceitos introdutórios que podem auxiliar na identificação do comportamento de um fluido em um sistema.



2. REGIME DE ESCOAMENTO

Ao escoar em tubulações, o fluido perde energia em razão da necessidade de vencer forças que resistem ao seu movimento, estas forças podem ser tanto internas quanto externas. A energia perdida é denominada perda de carga e, se analisada em tubulações horizontais, ela é responsável pela diminuição gradual da pressão de escoamento do fluido (Linck, 2012).

As resistências externas são diretamente proporcionais à rugosidade das paredes e à velocidade e são inversamente proporcionais ao diâmetro do tubo. Estas resistências são ocasionadas pelo atrito do fluido com as paredes do tubo, pelas alterações da direção do fluido e pelas acelerações (Linck, 2012).

Enquanto isso, as resistências internas estão relacionadas à viscosidade e são resultados do atrito entre as moléculas do próprio fluido, ademais, são diretamente proporcionais à viscosidade e à velocidade do mesmo. Desta forma, parte da energia interna do fluido é dissipado sob a forma de calor (Linck, 2012).

Em meados do século XIX, Sir Osborne Reynolds propôs o número de Reynolds como um meio de caracterização do escoamento em dutos e tubos¹ (Linck, 2012). Esta é uma grandeza adimensional que se define como a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas:

$$Rey = \frac{\sum F_i}{\sum F_\mu}$$

$$Rey = \frac{U^2/L}{\mu \cdot U / \rho L^2}$$

$$Rey = \frac{\rho \cdot U \cdot L}{\mu}$$

¹ Acesse bit.ly/2GxSN4B e veja uma aplicação do número de Reynolds no cálculo da aerodinâmica de uma bola de futebol.



Para dutos circulares de diâmetro D :

$$Rey = \frac{(V \cdot D)}{\nu}$$

$$\text{Sendo } \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$Rey = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$

Onde:

- ❖ Rey = Número de Reynolds, uma grandeza adimensional;
- ❖ ρ = Massa específica do fluido em kg/m^3 ;
- ❖ V = Velocidade de escoamento do fluido em m/s ;
- ❖ D = Diâmetro da tubulação em m ;
- ❖ μ = Viscosidade dinâmica do fluido em $\text{Pa} \cdot \text{s}$;
- ❖ ν = Viscosidade cinemática do fluido em m^2/s .

O modo de se calcular a tensão de cisalhamento para fluidos newtonianos varia de acordo com o tipo de escoamento (Angelo, 201-?):

- Escoamento Laminar: $T = \mu \frac{dV}{dy}$
- Escoamento Turbulento: $T_{turb} = (\mu + X) \frac{dV}{dy}$

No regime turbulento, as tensões maiores ocorrem em razão da troca de energia no interior do escoamento, o que também leva à dissipação de energia por atrito viscoso. Como resultado, o fluido comporta-se como se sua viscosidade tivesse sido aumentada (Angelo, 201-?).

Há várias maneiras complexas para representar o escoamento turbulento, a equação apresentada é um modelo simples, nomeado de “comprimento de mistura de Prandtl”, também conhecido por “modelo de zero equação” (Angelo, 201-?), que também pode ser representada como:

$$T_{turb} = (\mu + \rho \nu_{turb}) \frac{dV}{dy}, \text{ onde } X = \rho \nu_{turb}$$

A viscosidade absoluta, como propriedade termodinâmica dos fluidos, pode ser determinada conhecendo a temperatura e a pressão (ou quaisquer outras duas

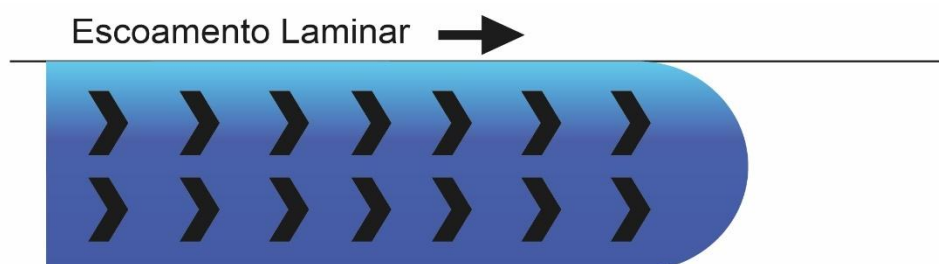
propriedades termodinâmicas independentes). Ao contrário desta, a viscosidade turbulenta (v_{turb}) depende apenas das condições do escoamento (Angelo, 201-?).

O número de Reynolds classifica o escoamento de um fluido em uma tubulação como laminar ($Rey < 2.000$), transitório ($2.000 \leq Rey \leq 4.000$) e turbulento ($Rey > 4.000$)².

Usualmente, utiliza-se a definição acima para estabelecer os parâmetros para a caracterização do regime de escoamento porque, em seus estudos, Reynolds determinou que o número crítico³ para a desagregação das moléculas é entre 2300 a 3000. Porém, visando a segurança, são empregados valores abaixo de 2300 e acima de 3000, garantindo a caracterização do Regime de Escoamento (Lamon, 2012).

O escoamento laminar (Figura 1) define-se pelo fluido se movimentando em camadas (lâminas), uma escorregando sobre a outra; macroscopicamente, não há mistura entre as camadas adjacentes de fluido e, nesse regime de escoamento, a rugosidade é desprezível (Linck, 2012).

Figura 1 – Escoamento Laminar



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago.

O escoamento transitório é o intermédio ao escoamento laminar e ao turbulento. O escoamento turbulento (Figura 2), por sua vez, é definido por movimentos aleatórios; onde as características do fluido possuem menor influência e a rugosidade adquire maior importância (Linck, 2012).

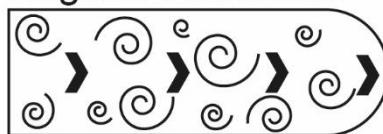
² Acesse bit.ly/2BGZuOa para a visualização dos Regimes de Escoamento.

³ Acesse bit.ly/2rQcXDW e bit.ly/2BIqBIS e veja com um pouco mais de detalhe o número crítico e os limites dos parâmetros do Regime de Escoamento.



Figura 2 – escoamento Turbulento

Regime Turbulento



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago.

É importante frisar que os regimes de escoamentos em canais são majoritariamente caracterizados como regimes de escoamentos turbulentos, não caracterizados somente pelo tamanho e forma geométrica do canal, mas também pela vazão. Isto é, em canais, o regime de escoamento é caracterizado apenas pelos regimes laminar e turbulento, não há o regime transitório (Piza, 2013).

O regime de escoamento laminar é determinado quando o número de Reynolds se encontra abaixo do valor adimensional 1.000; ainda assim, representa apenas uma pequena parcela dos casos dos canais (Piza, 2013).

2.2 REGIME DE ESCOAMENTO FLUVIAL E TORRENCIAL

Um escoamento supercrítico ou torrencial pode ser gerado por meio de um escoamento tranquilo ou fluvial, por meio de um aumento na declividade ou uma mudança na seção do canal. O escoamento fluvial, por sua vez, é obtido sempre que há um obstáculo no canal. A existência de um obstáculo no canal, como uma barragem, gera eleva a profundidade, reduzindo a velocidade e criando um remanso. Esta profundidade é gradual, abrangendo grandes distâncias (Piza, 2013).

Para canais regulares, a profundidade é crítica quando a energia de velocidade é igual à metade da profundidade. É possível que, para uma mesma carga específica, haja duas profundidades de escoamento. Tais profundidades condizem com dois regimes recíprocos de escoamento, denominados inferior e superior. O regime superior está acima da profundidade crítica, sendo assim, é tranquilo; o regime inferior, por sua vez, designa-se por rápido (Piza, 2013).

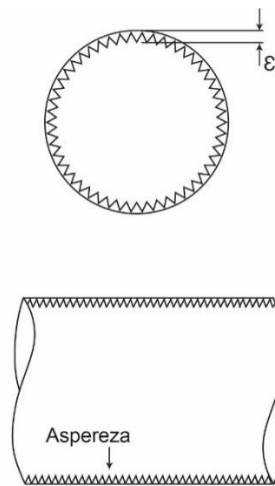


Além disso, um critério simples para classificar o regime de determinada corrente é o seguinte: caso a carga de velocidade seja menor que a metade da profundidade, o regime é superior; caso contrário, o regime é inferior (Piza, 2013).

3. RUGOSIDADE

Em razão da aspereza dos dutos, os fluidos sofrem uma perda de carga. Tal aspereza não é linear e uniforme, mas, para efeito de estudo, considera-se uma altura uniforme (ε) chamada de “rugosidade” (Figura 3). No entanto, as perdas de carga são influenciadas diretamente, não por ε , mas pelo quociente, $\frac{\varepsilon}{D}$, ou seja, pela rugosidade sobre diâmetro da tubulação, conhecido também como “rugosidade relativa” (Brunetti, 2008).

Figura 3 – A Rugosidade



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago.

A rugosidade é ainda definida como pequenas saliências que são capazes de caracterizar e determinar uma superfície de um material, essa aspereza dos materiais pode ser medida por um rugosímetro⁴. Por ser capaz de identificar os materiais através da superfície, a rugosidade⁵ é utilizada pelas indústrias para o rastreamento de produtos, incluindo os dutos (Catapan, 2013).

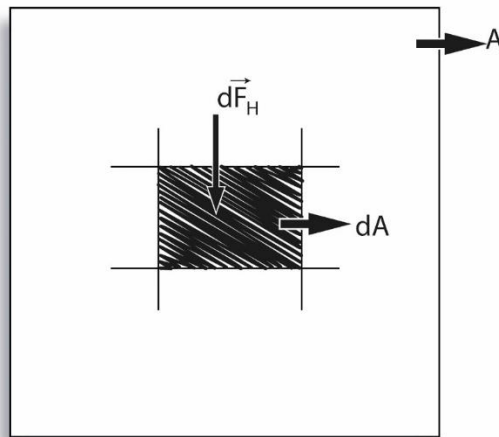
⁴ Acesse bit.ly/2noT0z7 para mais informações sobre Rugosímetro.

⁵ Acesse bit.ly/2rRSlep para mais informações sobre Rugosidade e como que ela é utilizada.

4. PERDA DE CARGA

Considerando a pressão constante ou média, esta pode ser definida como a relação entre o módulo da força normal e a área é chamada de carga de pressão (Ignácio, 201-?), ou seja, a força aplicada em uma área, como mostra a Figura 4:

Figura 4 – Pressão



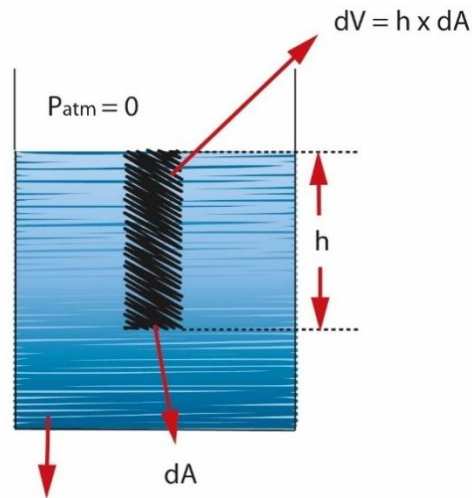
Fonte: Wilker de Oliveira Paniago.

$$P = \frac{F_N}{A}$$

Considerando um ponto a uma profundidade “h”, em fluido incompressível ($\gamma =$ constante), em repouso e contínuo; bem como uma escala relativa de pressão⁶ (pressão atmosférica igual a zero), obtém-se o que é ilustrado pela Figura 5:

⁶ Na escala relativa de pressão, também conhecida como escala efetiva, é possível ter pressões positivas, negativas e nulas. Enquanto isso, a escala absoluta adota como zero o vácuo absoluto, ou seja, nesta escala só existem pressões positivas e, teoricamente, também teria o valor de zero. A pressão absoluta é a soma da pressão atmosférica com a pressão relativa: $P_{abs} = P_{atm} + P_{relativa}$.

Figura 5 – Pressão



Fluido contínuo, incompressível e em repouso ($\gamma = cte$).

Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Ignácio (201-?).

Seja $dV = h \cdot dA$ (1) e $dF = \gamma \cdot dV$ (2). Substituindo a expressão (1) em (2), tem-se que:

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA \quad (3)$$

Dividindo ambos os lados da equação por dA :

$$\frac{dF}{dA} = \frac{\gamma \cdot h \cdot dA}{dA}$$
$$\frac{dF}{dA} = P = \gamma \cdot h$$

Segundo o teorema de Stevin, a diferença de pressão existente entre dois pontos de um mesmo fluido em repouso equivale ao produto do peso específico pela diferença de altura entre esses dois pontos (Rodrigues, 201-?), desta forma:

$$P = \gamma \cdot \Delta h$$

Onde:

- ❖ P = Pressão em Pa (N/m^2);
- ❖ γ = Peso específico em N/m^3 ;
- ❖ Δh = Variação de altura em m.



A partir do teorema de Stevin, tem-se a carga de pressão que, por sua vez, é a coluna de fluido que, estando em repouso, um ponto fluido suporta (Ignácio, 2011) e esta é representada pela seguinte expressão:

$$\Delta h = \frac{P}{\gamma}$$

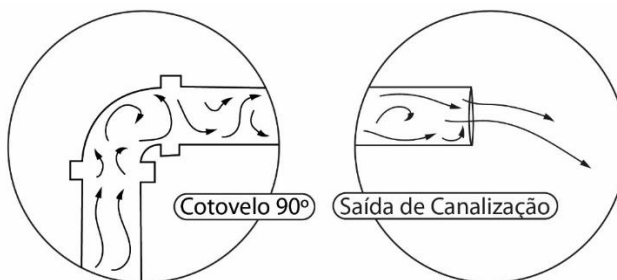
A unidade da carga de pressão sempre será uma unidade de comprimento acompanhada do nome do fluido em questão como, por exemplo, “mca” e “mmHg” que significam, respectivamente, metro de coluna de água e milímetros de mercúrio (Ignácio, 2011).

A perda de carga, por sua vez, pode ser classificada como perda de carga distribuída (hf), perda de carga localizada (hf_{Loc}) e perda de carga total (hf_T).

“A perda de carga distribuída é aquela que ocorre ao longo de tubos retos” (Brunetti, 2008, p. 168), sendo assim, relaciona-se diretamente ao comprimento real (L) do tubo e sua ocorrência é devida ao atrito das partículas do próprio fluido em si (Brunetti, 2008).

A perda de carga localizada dá-se quando o fluido passa por grandes perturbações (também denominadas singularidades, de onde provém o nome “perdas de carga singulares”), o que ocorre, como ilustrado na Figura 6, em mudanças de direção auxiliadas por curvas ou joelhos de diferentes angulações, alargamentos ou diminuição do diâmetro da tubulação, válvulas etc. (Brunetti, 2008). O comprimento que se relaciona com esta perda de carga é o comprimento equivalente (L_{eq}), ou seja, o comprimento que equivale à perda de carga no ponto de grande perturbação.

Figura 6 – Singularidades



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Souza (2011).



O somatório da perda de carga distribuída com a perda de carga localizada resulta na perda de carga total (Brunetti, 2008), bem como comprimento virtual (L_v), ligado à perda de carga total, é o somatório do comprimento real (L) com o comprimento equivalente (L_{eq}).

Para a determinação da perda de carga, alguns estudiosos propuseram fórmulas teórico-experimentais que podem ser utilizadas, dentre os quais estão Daniel Bernoulli, Julius Weisbach e Henry Darcy, Allen Hazen e Gardner Stewart Williams, Flamant e Cíao.



5. DANIEL BERNOULLI

Daniel Bernoulli (1700 – 1782) é filho de Johann I Bernoulli (1667 – 1748), um dos três filhos de Nicolau Bernoulli (1623 – 1708). Johann I, que estudou medicina, interessou-se mais pela matemática e, juntamente com o irmão Jacob, desenvolveu trabalhos que precederam o Cálculo de Gottfried Leibniz; contribuiu de maneira notável para o Cálculo Infinitesimal e com pesquisas sobre Cálculo Variacional, escreveu sobre a Teoria das Marés e a Teoria da Navegação. Johann I teve outros dois filhos, Nicolau II Bernoulli (1695 – 1726) e Johann II Bernoulli (1710 – 1790) (Martins, 2014).

Aos treze anos, Nicolau II concluiu licenciatura em Jurisprudência e estudou matemática, tornando-se secretário particular e assistente de seu pai. O seu irmão, Johann II, estudou direito e, com 17 anos, obteve o doutoramento em Jurisprudência. Também trabalhou ao lado do pai e como investigador independente (Martins, 2014).

Daniel, por sua vez, teve grande contato com a matemática e com a filosofia desde pequeno. Aos treze anos, ingressou na Universidade de Basileia para estudar filosofia e lógica e obteve o mestrado em 1716; aos vinte anos, já havia cursado medicina, por influência de seu pai e, nessa mesma época, defendeu uma tese de doutorado sobre o Sistema Respiratório (O'Connor; Robertson, 2018a).

Daniel Bernoulli ganhou no total dez grandes prêmios pela Academia de Paris, por trabalhos sobre Oceanografia, Tecnologia Marítima, Astronomia e Magnetismo. Um desses prêmios rendeu uma cadeira na Universidade de São Petersburgo na Rússia (1725), onde teve contato com Leonhard Euler. Durante esse período, Daniel Bernoulli realizou inúmeros trabalhos, mas o de maior importância só seria publicado em (1738) chamado de Hidrodinâmica, baseado nas leis de Newton (Quinney, 1997)

Bernoulli e Euler foram grandes amigos e colaboradores. Na área da matemática, suas colaborações foram a respeito do Cálculo, da Teoria das Probabilidades e das Equações Diferenciais (Martins, 2014).

Johann I Bernoulli teve grande influência na educação do seu filho, Daniel Bernoulli, e ambos tiveram pesquisas em áreas similares (Teoria das Navegações, Oceanografia). Daniel Bernoulli estudou e utilizou um dos trabalhos de seu pai (Energia Cinética e Conservação de Energia) ainda durante a formação em medicina (1720), e que



acabou gerando grande influência no Trabalho de Hidrodinâmica em 1738 (Zabell, 1990)⁷.

5.1 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Supondo um fluido sem viscosidade, ou seja, um fluido perfeito, sob ação de forças volumétricas de origem gravitacionais e com massa específica (razão entre a massa e o volume) constante –independentemente do tempo e da posição –, em uma linha de corrente em um escoamento estacionário, a equação de Bernoulli verte o princípio da conservação de energia (Moreira, 2007).

Uma linha de corrente é aquela tangenciada, em cada um de seus pontos, pelo vetor velocidade de escoamento. E quando a massa específica (ρ), a velocidade (V), a pressão (P) e outros não dependem do tempo, o escoamento é denominado estacionário (Moreira, 2007).

A Equação de Bernoulli tem como base a equação de Euler (Moreira, 2007):

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = -\nabla P + \rho \cdot g \quad (1)$$

E a equação de Euler representa a Segunda Lei de Newton, a Lei Fundamental da Dinâmica, aplicada a um fluido perfeito sob ação de forças de origem gravitacional (Moreira, 2007):

$$m \cdot a = \sum F_i \quad (2)$$

Onde m representa a massa, a representa a aceleração e $\sum F_i$ representa a soma vetorial das forças exteriores aplicadas. Enquanto, na expressão (1), ρ , V , P e g representam, respectivamente, a massa específica, a velocidade, a pressão e a aceleração

⁷ Acesse bit.ly/2Fhte2q para mais informações sobre Daniel Bernoulli (site em inglês).



da gravidade e a derivada $\frac{DV}{Dt}$ é o conceito de derivada material da velocidade (Moreira, 2007).

A derivada material desenvolvida evidencia a presença da aceleração local $\frac{\partial V}{\partial t}$ e da aceleração convectiva das forças volumétricas de inércia $(V \cdot \nabla) V$ (Moreira, 2007):

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V \tag{3}$$

E desenvolvê-la permite que a equação de Euler seja reescrita da seguinte forma:

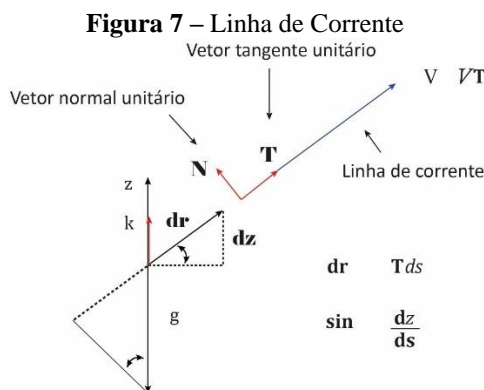
$$\rho \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V \right) = -\nabla P + \rho \cdot g \tag{4}$$

No primeiro membro, há a representação da aceleração local e da aceleração convectiva; no segundo membro, estão as forças exteriores no elemento volume, nomeadamente gradiente de pressão ∇P e peso específico $\rho \cdot g$ do elemento de volume (Moreira, 2007).

São escalares ρ e P e g e V são campos vetoriais. Sendo k um versor unitário orientado no sentido oposto ao do campo g , este pode ser representado como (Moreira, 2007):

$$g = -kg \tag{5}$$

Seja a linha de corrente representada pela Figura 7:



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Moreira (2007).



Esta figura representa os vetores unitários tangente T e normal N , à linha de corrente, assim como o versor k e o campo g . O comprimento do arco da linha de corrente é infinitesimal o que é denotado por ds , sendo suposto que esta linha é parametrizada em termos das coordenadas do referencial definido pelos versores T e N em cada ponto. Desta forma, o vetor velocidade V , em cada ponto da linha de corrente, pode ser definido como (Moreira, 2007):

$$V = VT T + VN N \quad (6)$$

As representações das componentes tangencial e normal são VT e VN . Por definição, o vetor velocidade de escoamento tange a linha de corrente em cada um de seus pontos, o que faz com que a componente normal da velocidade VN seja nula, ou seja, a componente tangencial corresponde ao valor absoluto do vetor velocidade que, por sua vez, pode ser representado por (Moreira, 2007):

$$V = VT \quad (7)$$

A representação da equação de Euler pode ser feita em termos das coordenadas associadas à linha de corrente e na sua direção é (Moreira, 2007). O primeiro membro reduz-se a:

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial(VT)}{\partial s} \right) \quad (8)$$

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \cdot T + V^2 \cdot \frac{\partial T}{\partial s} \right)$$

Como $V^2 \cdot \frac{\partial T}{\partial s}$ é a representação da aceleração normal à linha de corrente:

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \cdot T \right) \quad (9)$$



Na direção tangencial à linha de corrente, o gradiente de pressão ∇P pode ser escrito como:

$$(\nabla P)_T = \frac{\partial P}{\partial s} \quad (10)$$

Para o peso específico ρg como uma componente tangencial à linha de corrente, conclui-se que:

$$(\rho \cdot g)_T = \rho \cdot g \sin \theta = \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{ds} \quad (11)$$

Supondo o escoamento estacionário $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, a equação de Euler, na direção da linha de corrente, pode ser escrita da seguinte forma (Moreira, 2007):

$$\rho \cdot V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{\partial P}{\partial s} - \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{ds} \quad (12)$$


Ou seja:

$$\rho \cdot \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \frac{\partial P}{\partial s} + \rho \cdot g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (13)$$

Considerando a massa constante:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\rho \cdot \frac{V^2}{2} \right) + \frac{\partial P}{\partial s} + \rho \cdot g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\rho \cdot \frac{V^2}{2} + P + \rho \cdot g \cdot z \right) = 0 \quad (15)$$



Esta condição só se verifica ao longo da linha de corrente quando (Moreira, 2007):

$$\rho \cdot \frac{V^2}{2} + P + \rho \cdot g \cdot z = \text{constante} \quad (16)$$

A equação de Bernoulli é comumente apresentada em uma das seguintes formas que se equivalem (Moreira, 2007):

$$\rho \cdot \frac{V^2}{2} + P + \rho \cdot g \cdot z = \text{constante} \quad (17)$$

$$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g \cdot z = \text{constante} \quad (18)$$

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\rho \cdot g} + z = \text{constante} \quad (19)$$

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z = \text{constante} \quad (20)$$

As expressões (19) e (20) são as mesmas, onde γ é a representação de peso específico (ρg).

Em cada um dos termos da expressão (17) há a representação de energia por unidade de volume (Moreira, 2007):

- A pressão dinâmica ou do escoamento, ou energia cinética por unidade de volume, é representada por $\rho \frac{V^2}{2}$;
- A pressão estática do escoamento é representada por P;
- A energia potencial por unidade de volume é representada por $\rho g z$.



Num ponto da linha de corrente em que a velocidade se anula, a expressão abaixo é chamada de Pressão Total ou Pressão de Estagnação (Moreira, 2007):

$$P \cdot T = \rho \cdot \frac{V^2}{2} + P \quad (21)$$

A Expressão (18) representa a energia por unidade de massa. A expressão (19), por sua vez, apresenta termos em dimensão de comprimento (Moreira, 2007):

- A altura cinética é representada por $\frac{V^2}{2g}$;
- A altura estática, ou piezométrica, é representada por $\frac{P}{\rho \cdot g}$;
- A altura geométrica é representada por z .

Alguns autores designam por altura piezométrica a soma entre $\frac{P}{\rho \cdot g}$ e z e H por altura total, que é dada por (Moreira, 2007):

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z \quad (22)$$

5.1.1 Perda de Carga, Máquinas e a Equação de Bernoulli

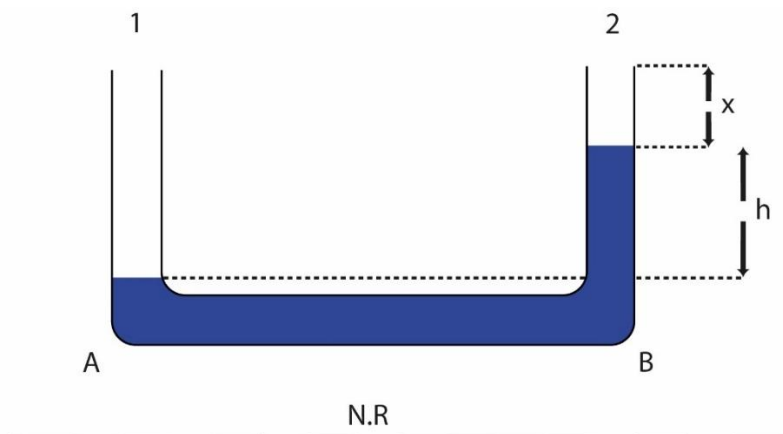
Considerando a perda de carga, a equação de Bernoulli para dois pontos, 1 e 2, de mesma altura, é escrita da seguinte forma:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + hf \quad (23)$$

Na Figura 8, observa-se que não há variação de altura e velocidade, sendo assim, pode-se dizer que $\Delta z = \frac{\Delta V^2}{2g} = 0$



Figura 8 – Perda de Carga



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago.

Com isso, reescreve-se a expressão (23) como $\frac{\Delta P}{\gamma} = hf$. As expressões para pressão nos pontos A e B são descritas como:

$$P_A = (h \cdot \gamma_{H_2O}) + (x \cdot \gamma_{H_2O}) + P_1 \quad (24)$$

$$P_B = (h \cdot \gamma_{Hg}) + (x \cdot \gamma_{H_2O}) + P_2 \quad (25)$$

No entanto, por estarem localizados numa mesma altura, a pressão no ponto A é igual a pressão no ponto B:

$$P_A = P_B \quad (26)$$

$$P_1 + (h \cdot \gamma_{H_2O}) + (x \cdot \gamma_{H_2O}) = P_2 + (h \cdot \gamma_{Hg}) + (x \cdot \gamma_{H_2O}) \quad (27)$$



Passando P2 para o outro lado da equação e colocando o fator comum em evidência:

$$P_1 - P_2 = h \cdot (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \quad (28)$$

$$\Delta P = h \cdot (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \quad (29)$$

Como apresentado a cima, $\frac{\Delta P}{\gamma} = hf$. Fazendo uso da expressão (29), a perda de carga (hf) pode ser descrita como:

$$hf = h \cdot \frac{\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}}{\gamma_{H_2O}} \quad (30)$$

$$hf = h \cdot (d_{Hg} - d_{H_2O}) \quad (31)$$

$$hf = h \cdot (13,6 - 1) \quad (32)$$

$$hf = 12,6 \cdot h \quad (33)$$

Com a presença de máquinas, seja bomba (que acrescenta energia ao sistema) ou turbina (que retira energia do sistema), logo, à equação de Bernoulli é acrescentado o termo “ H_m ”:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_m = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + hf$$



6. HENRY DARCY

Henry Philibert Gaspard Darcy⁸ nasceu em 1803, na cidade de Dijon, na França e faleceu em 1858, durante uma viagem à Paris. Assim como Daniel Bernoulli, seus estudos começaram cedo. Aos 14 anos, após a morte de seu pai (Jacques Lazare Gaspard), Henry Darcy recebeu tutoria e sua mãe buscou auxílio da prefeitura. Henry Darcy ingressou na École Polytechnique aos 18 anos, cursou Engenharia Civil e foi diplomado como Engenheiro de Pontes e Estradas (Machado, 2008).

Em 1835, Dijon sofria com falta de água potável e, como um meio de agradecer pelos estudos que a cidade lhe ofereceu na infância, Henry Darcy projetou um aqueduto subterrâneo de 12,7 km de extensão que conectava a cidade com a nascente Rosoir. A construção desse aqueduto foi capaz de gerar água limpa para a toda a população de Dijon (Simmons, 2008).

⁸ Acesse bit.ly/2EiWld0 para mais informações sobre Henry Darcy (site em inglês).



7. JULIUS WEISBACH

Julius Ludwig Weisbach⁹, o segundo mais novo dos nove filhos de Christian Gottlieb Weisbach e Christina Rebekka Stephan, nasceu em 1806 na cidade de Mittelschmiedeberg, na Alemanha e faleceu em 1871. Foi educado em um Liceu, em Annaberg, cidade próxima a sua cidade natal (O'Connor; Robertson, 2018b).

Em 1827, Julius Weisbach recebeu um conselho de Friedrich Mohs para estudar em Gottigen, onde passou dois anos, antes de se mudar para a Universidade de Viena, local em que estudaria matemática, física e mecânica. Por volta de 1839, após visitar uma exposição em Paris, ficou interessado pela Hidrologia (O'Connor; Robertson, 2018b).

7.1 EQUAÇÃO DE DARCY-WEISBACH

Afim de transformar força de atrito em um termo de energia, é preciso frisar que uma força, comumente, está relacionada a uma pressão que atuam sobre o volume de controle considerado que rodeia o fluido. Enquanto a pressão relaciona-se com o trabalho que o fluido é capaz de exercer sobre os arredores (Gouvêa, 2004).

Tratando-se da força de atrito, deve-se imaginar a existência de uma pressão fictícia agindo contra o deslocamento do fluido, fazendo com que esse deixe de realizar um trabalho sobre os arredores (Gouvêa, 2004).

Para compreender a equação de Darcy-Weisbach, é necessário converter a força de atrito em uma pressão fictícia para a mesma (P_{at}). Para isso, a força de atrito é dividida pela área de seção transversal onde a pressão atuaria (Gouvêa, 2004), como mostrado a seguir:

⁹ Acesse <http://bit.ly/2ELqpeM> para mais informações sobre Julius Weisbach (site em inglês).

$$P_{at} = \frac{F_{at}}{A} \quad (1)$$

$$P_{at} = \frac{f^* \cdot A_c \cdot 1/2 \cdot \rho \cdot v_c^2}{\pi \cdot (d^2/4)} \quad (2)$$

$$P_{at} = \frac{1}{2} \frac{\rho \cdot v_m^2 \cdot f^* \cdot \pi \cdot d_p \cdot L}{\pi \cdot (d^2/4)} \quad (3)$$

$$P_{at} = \frac{2 \rho \cdot v_m^2 \cdot f^* \cdot L}{d_p} \quad (4)$$

Em seguida, converte-se a pressão de atrito (4) em uma grandeza energética que se expressa como uma altura equivalente, ou seja, como uma carga e isso ocorre por meio da divisão da pressão de atrito fictícia pelo peso específico (Gouvêa, 2004), da seguinte forma:

$$hf = \frac{P_{at}}{\gamma} \quad (5)$$

$$hf = \frac{2 \cdot \rho \cdot v_m^2 \cdot f^* \cdot L}{d_p \cdot \gamma} \quad (6)$$

$$hf = \frac{2 \rho \cdot v_m^2 \cdot f^* \cdot L}{d_p \cdot \rho \cdot g} \quad (7)$$

$$hf = \frac{2v_m^2 \cdot f^* \cdot L}{g \cdot d} \quad (8)$$



Alguns autores, em vez de considerarem o fator de atrito como f^* , consideram o fator de atrito de Darcy-Weisbach (f) como mostrado abaixo (Gouvêa, 2004):

$$f = 4 f^* \quad (9)$$

$$f^* = \frac{f}{4} \quad (10)$$

Substituindo (10) em (8), tem-se que:

$$hf = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 m}{g} \cdot f \cdot \frac{L}{d_p} \quad (11)$$

A expressão (11) é conhecida como a equação de Darcy-Weisbach¹⁰ para a caracterização da perda de carga em dutos (Gouvêa, 2004), onde:

- ❖ hf = Perda de carga distribuída em m;
- ❖ v = Velocidade de escoamento do fluido em m/s;
- ❖ g = Aceleração da gravidade em m/s²;
- ❖ f = Fator de atrito, adimensional;
- ❖ L = Comprimento da tubulação em m;
- ❖ d_p = Diâmetro da tubulação em m.

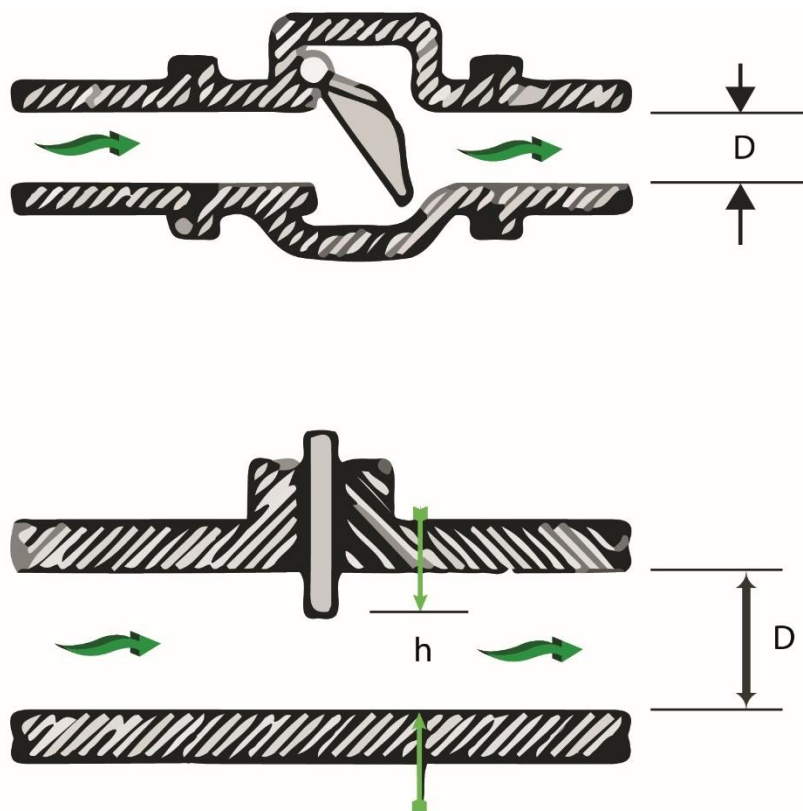
7.1.1 Perda de Carga Localizada ou Perda de Carga Singular

Observe as singularidades demonstradas pela Figura 9:

¹⁰ Como denotado por Gouvêa (2004), a expressão (11), apresentada em função do fator de atrito de Darcy, foi definida para a visualização da energia cinética. No entanto, não existe uma convenção internacional para a definição do fator de atrito e, em razão disso, os livros apresentam correlações tanto para f , quanto para f^* , por isso, é necessário estar sempre atento.



Figura 9 – Singularidades nos Dutos



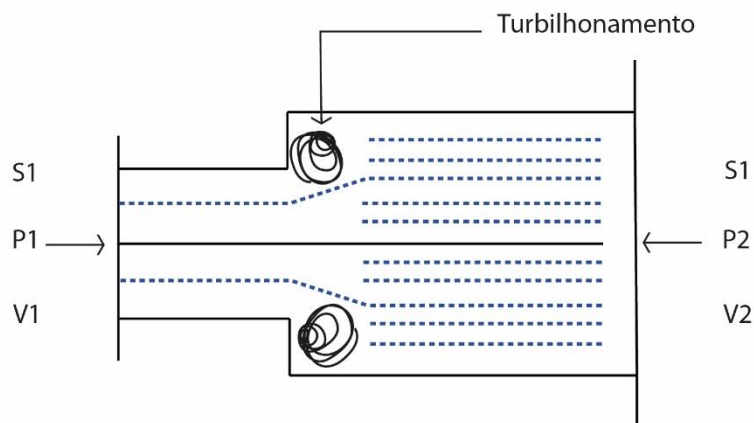
Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Gouvêa (2004).

A partir da figura, entende-se que há dois modos para caracterizar a perda de carga em singularidades. No primeiro modo, une-se o termo da área característica do escoamento com o fator de atrito (Gouvêa, 2004).

Considere agora um brusco alargamento na seção, fazendo com que as partículas de velocidade v_1 choquem com as partículas de velocidade v_2 , formando um turbilhonamento que absorve energia (Zanini, 2016) como demonstrado pela Figura 10:



Figura 10 – Alargamento da Seção



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Zanini (2016).

Aplicando o Teorema de Bernoulli para ambas as seções, tem-se que:

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \left(\frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma} \right) \quad (12)$$

A resultante, produto entre a pressão e a área, será $(P_2 - P_1) S_2$, atuando da direita para a esquerda. Ao considerar a vazão Q , a variação de quantidade de movimento será definida como: produto entre a massa que escoou na unidade de tempo e a variação da velocidade (Zanini, 2016); desta forma:

$$(Q\rho)(V_1 - V_2) = \frac{L^3 \cdot M \cdot L}{T \cdot L^3 \cdot T} = \frac{M \cdot L}{T^2} = \text{força} \quad (13)$$

Seja $\rho = \gamma/g$:

$$Q(\gamma/g)(V_1 - V_2) = (P_2 - P_1) S_2 \quad (14)$$

Logo:

$$\frac{Q(V_1 - V_2)}{g \cdot S_2} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \quad (15)$$

Sendo $Q = S_2V_2$, então:

$$\frac{S_2V_2(V_1 - V_2)}{gS_2} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \quad (16)$$

Aplicando na equação (12):

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_2(V_1 - V_2)}{g} \quad (17)$$

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_2(V_1 - V_2)}{2g} \quad (18)$$

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_2(V_1 - V_2)}{2g} \quad (19)$$

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_2V_1}{2g} \quad (20)$$

$$hf_{loc} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_2V_1}{2g} \quad (21)$$

$$hf_{loc} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (22)$$

Como $V_2 = (S_1/S_2)V_1$:

$$hf_{loc} = \frac{\left(V_1 - \frac{S_1}{S_2}V_1\right)^2}{2g} \quad (23)$$



$$hf_{loc} = \frac{\left[V_1 \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right) \right]^2}{2g} \quad (24)$$

$$hf_{loc} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right) \frac{V_1^2}{2g} \quad (25)$$

Para a aplicação da fórmula:

$$hf_{loc} = K \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (26)$$

Tratando de apenas um diâmetro, gera-se a seguinte expressão:

$$hf_{loc} = K \cdot \frac{v_m^2}{2g} \quad (27)$$

Onde:

- ❖ hf_{loc} = Perda de carga localizada em m;
- ❖ v = Velocidade de escoamento do fluido em m/s;
- ❖ g = Aceleração da gravidade em m/s²;
- ❖ K = Fator de atrito, adimensional.

O termo “K” caracteriza o atrito presente na singularidade em questão e o valor do mesmo é tabelado. Não existe um nome definido para esse termo, sendo chamado de fator de atrito, de singularidade, de acessório etc. Além disso, como foi dito, K é adimensional (Gouvêa, 2004).

No segundo modo, expressa-se o fator de atrito K^{11} em função do fator de atrito f em tubos. Desta forma, corrige-se o f , expressando a perda de carga como proporcional a

11 Como denotado por Gouvêa (2004), os valores para K e L_{eq} variam de acordo com a referência e isto se deve ao fato de que são tabelados, diagramados e obtidos experimentalmente, sendo assim, são descritivos do sistema experimental particular em que foi utilizado. Desta forma, utilizar estes valores requer uma visão crítica do engenheiro.



perda de carga em um trecho reto, ou seja, expressando a perda de carga da singularidade em função de um comprimento (trecho reto) que geraria esta mesma perda de carga. Para isso, faz-se a conversão a partir da definição de comprimento equivalente ao comprimento da tubulação, como é evidenciado abaixo, como f é o fator de atrito para tubulações e L_{eq} é o comprimento equivalente (Gouvêa, 2004):

$$hf_{loc} = \frac{v_m^2}{2g} \cdot f \cdot \frac{L_{eq}}{d_p} \quad (28)$$

Onde:

- ❖ hf_{loc} = Perda de carga distribuída em m;
- ❖ v = Velocidade de escoamento do fluido em m/s;
- ❖ g = Aceleração da gravidade em m/s²;
- ❖ f = Fator de atrito, adimensional;
- ❖ L_{eq} = Comprimento equivalente à perda de carga localizada em m;
- ❖ d_p = Diâmetro da tubulação em m.

Geralmente, a expressão (27) é utilizada em singularidades que correspondem a variações na seção transversal da área de escoamento, como expansões e contrações bruscas. A expressão (28), por sua vez, é mais utilizada em singularidades como cotovelos, válvulas e “Tês”. Entretanto, alguns autores utilizam o fator de atrito K para estas singularidades (Gouvêa, 2004).

É necessário pontuar que, para cada trecho reto em que a perda de carga é considerável e para cada singularidade, uma equação de perda de carga deve ser considerada (Gouvêa, 2004). Seja “ i ” o índice que corresponde a cada elemento da tubulação em que ocorre perda de carga, tem-se que:

$$hf = \sum_i hf_i \quad (14)$$

As expressões (11) e (28) permanecem as mesmas para dutos não circulares, basta substituir o diâmetro da tubulação (d_p), pelo diâmetro hidráulico (d_H) (Gouvêa, 2004):

$$hf = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_m^2}{g} \cdot f \cdot \frac{L}{d_H} \quad (15)$$

$$hf = \frac{v_m^2}{2g} \cdot f \cdot \frac{L_{eq}}{d_H} \quad (16)$$

Independentemente da natureza do fluido, da velocidade de escoamento e do diâmetro da tubulação, contanto que o regime de escoamento seja turbulento, pode-se considerar constante o valor do fator de atrito K para uma determinada peça; o que advém do fato de que o valor desse fator de atrito é basicamente constante para valores do número de Reynolds superiores a $5 \cdot 10^4$ (Morais, 2013).

A Tabela 1 apresenta, para peças mais comuns, valores aproximados para o fator de atrito K:

Tabela 1 – Valores de K para Algumas Peças Mais Comuns

Peça	K	Peça	K
Registro de gaveta aberto	0,20	Tê de passagem direta	0,60
Registro de globo aberto	10,00	Tê de saída de lado	1,30
Cotovelo de 90°	0,90	Tê de saída bilateral	1,80
Cotovelo de 45°	0,40	Entrada normal na tubulação	0,50
Curva de 90°	0,40	Saída de canalização	1,00
Curva de 45°	0,20		

Fonte: Moraes, 2013, p. 5.

O método do comprimento equivalente expresso em números de diâmetros, por trabalhar com valores médios, é mais impreciso e ocorre quando a divisão dos

comprimentos equivalentes pelos respectivos diâmetros não apresenta grandes variações (Morais, 2013). A Tabela 2 apresenta esse método:

Tabela 2 – Comprimento Equivalente Expresso em n° de Diâmetro

Peça	L_{eq}/d	Peça	L_{eq}/d
Ampliação gradual	12	Registro de gaveta aberto	8
Cotovelo de 90° de raio longo	22	Registro de globo aberto	350
Cotovelo de 45°	16	Registro ângulo aberto	170
Curva de 90° ($R/d = 1$)	21	Saída canalização	32
Curva de 45°	15	Tê de passagem direta	20
Entrada normal	17	Tê de saída lateral	50
Entrada de borda	35	Tê de saída bilateral	65
Junção	30	Válvula de pé e crivo	250
Redução	6	Válvula de retenção	100

Fonte: Moraes, 2013, p. 6.

7.2 FATOR DE ATRITO

Há muitos anos, equações para a determinação do fator de atrito de Darcy-Weisbach vêm sendo apresentadas, as primeiras delas requeriam técnicas de solução implícitas. A partir do ano de 1960, surgiram as equações que apresentavam técnicas de solução explícitas (Sousa; Neto, 2014).

Dentre as principais equações para a determinação do fator de atrito de Darcy-Weisbach (f), estão as seguintes (Sousa; Neto, 2014):

- Equação de Hangen-Poiseuille para um escoamento em regime laminar, na qual f é o fator de Darcy-Weisbach (adimensional) e Rey é o número de Reynolds (adimensional):

$$f = \frac{64}{Rey}$$



- Equação de Swamee para um escoamento em regime transitório, na qual ε é a rugosidade absoluta do tubo (m):

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Rey} \right)^8 + 9,5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3,7 D} + \frac{5,74}{Rey^{0,9}} \right) - \left(\frac{2500}{Rey} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(0,27 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{5,74}{Rey^{0,9}} \right) \right]^2}$$

- Equação de von Kármán para um escoamento em regime turbulento liso:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log (Rey \sqrt{f}) - 0,8$$

- Equação de Colebrook-White para um regime turbulento transitório:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 D_i} + \frac{2,51}{Rey \sqrt{f}} \right)$$

- Equação de Nikuradse para um regime de escoamento turbulento rugoso:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 - 2 \log \left(\frac{2\varepsilon}{D_i} \right)$$

A Tabela 3 expressa os critérios para a classificação dos regimes de escoamento:

Tabela 3 – Critérios para a Classificação dos Regimes de Escoamento

Critérios	Regime de Escoamento
$Rey < 2.000$	Laminar
$2.000 \leq Rey \leq 4.000$	Transitório
$Rey > 4.000$ e $\left[Rey \sqrt{f} \left(\frac{\varepsilon}{3,7 D_i} \right) \right] < 14,14$	Turbulento liso
$Rey > 4.000$ e $14,14 \leq \left[Rey \sqrt{f} \left(\frac{\varepsilon}{3,7 D_i} \right) \right] < 198$	Turbulento transitório
$\left[Rey \sqrt{f} \left(\frac{\varepsilon}{3,7 D_i} \right) \right] > 198$	Turbulento Rugoso

Fonte: Porto, 2006.



8. ALLEN HAZEN

Allen Hazen foi um cientista experiente em hidráulica, purificação de água e controle de enchentes, nasceu em 1869, no estado de Vermont nos Estados Unidos e faleceu em 1930. Aos 16 anos, graduou-se como bacharel em química e realizou um programa de um ano no M.I.T (terminado em 1888) (Hall, 2003). Os seus primeiros trabalhos acadêmicos buscavam avaliar o quanto era filtrada a água pública de Nova York (Brown, 1995).

Em 1894, durante oito meses, Hazen gerou dados, a partir de um sistema de abastecimento de água, para seus experimentos na Europa. E, em 1902, juntamente com Gardner S. Williams, deduziu a fórmula da perda de carga causada pela fricção da água nas paredes internas dos tubos (Hall, 2003).

Allen Hazen e Gardner S. Williams ainda produziram uma tabela, em 1905, que continha vários tubos de sistemas hidráulicos com seus respectivos coeficientes gerados pela Equação de Hazen-Williams¹² (Hall, 2003).

¹² Acesse <http://bit.ly/2FYltTo> para visualizar esse trabalho



9. GARDEN WILLIAMS

Gardner Stewart Williams nasceu no ano de 1866, no Estado de Michigan nos Estados Unidos. Neto do fundador e primeiro prefeito da cidade de Sanigaw (Gardner D. Williams), Gardner Stewart Williams cursou o ensino médio em Sanigaw, ingressou na Universidade de Michigan e, em 1889, graduou-se como Engenheiro Civil (Hinsdale, 1906).

Ainda durante sua graduação, Williams trabalhou como engenheiro assistente na Water Works Construction, no verão de 1887. Trabalhou ainda em diversos cargos nesta mesma empresa, em diversas cidades dos Estados de Michigan, Dakota e Detroit. Em 1898, foi aceito pela Universidade de Cornell para ministrar aulas de Hidráulica Experimental (Hinsdale, 1906).

Poucos anos após a sua entrada como professor na Universidade de Cornell, conheceu Allen Hazen e, juntos, elaboraram uma fórmula para a perda de carga causada pela fricção da água nas paredes internas dos tubos (Hall, 2003).

9.1 EQUAÇÃO DE HAZEN-WILLIAMS

No passado, muitas equações empíricas foram utilizadas em razão da falta de dados científicos sólidos. Atualmente, muitas destas equações caíram em desuso; no entanto, em razão da dificuldade em utilizar a equação de Darcy-Weisbach, a equação de Hazen-Williams perdura, mesmo que a primeira seja considerada mais precisa para qualquer líquido ou gás (ASPE, 2018).

Em razão do seu fácil uso e do seu coeficiente de perda de carga “C” – que é varia em função do material, do revestimento e da idade do tubo, não em função da velocidade ou do diâmetro – a equação de Hazen-Williams ganhou muito espaço entre os engenheiros civis (ASPE, 2018).

A eficácia da aplicação desta equação depende da melhor seleção do coeficiente C para o material da tubulação em questão e, quanto maior for esse coeficiente, menos rugosa é o tubo em questão. A equação é válida para escoamentos em regime turbulento,



em tubos de diâmetro maiores ou iguais a 3 polegadas (3" = 75 mm), em temperaturas entre 21° e 24°C (40° a 75°F) e pressões até 1,2 Mpa (175 psi). Ao usar a equação Hazen-Williams fora desses limites, os erros são significativos e é recomendado uso da equação de Darcy-Weisbach (ASPE, 2018).

Comumente, a equação de Hazen-Williams para calcular a queda de pressão em sistemas de extinção de incêndio, sistemas de irrigação e sistemas de distribuição de água (ASPE, 2018).

A equação de Hazen-Williams pode ser utilizada em condutos livres, possuindo as seguintes expressões (Zanini, 2016):

$$V = 0,355 C \cdot D^{0,63} \cdot J^{0,54}$$

$$Q = 0,2788 C \cdot D^{2,63} \cdot J^{0,54}$$

$$D = \frac{Q^{0,38}}{0,615 C^{0,38} \cdot J^{0,205}}$$

Onde:

- ❖ J = Perda de carga unitária (h_j/L) em m/m;
- ❖ Q = Vazão em m³/s;
- ❖ C = Coeficiente de rugosidade, adimensional;
- ❖ D = Diâmetro da tubulação em m;
- ❖ V = Velocidade em m/s.

Usualmente, a equação de Hazen-Williams é expressa das seguintes formas:

$$hf = \frac{10,643 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

$$hf = \frac{6,81 \cdot V^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{1,167}}$$

Onde:

- ❖ hf = Perda de carga em m;
- ❖ C = Coeficiente de rugosidade;
- ❖ Q = Vazão em m³/s;

- ❖ L = Comprimento da tubulação em m;
- ❖ D = Diâmetro da tubulação em m;
- ❖ V = Velocidade da água em m/s.

Alguns valores para o coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams estão evidenciados pela Tabela 4:

Tabela 4 - Valores do Coeficiente C de Hazen-Williams

Material	C
Plástico, polietileno e PVC novos	150
Vidro	140
Chumbo, Cobre	130
Ferro fundido em uso	90
Concreto acabamento comum	120
Aço soldado novo	120
Aço rebitado novo	110
Aço soldado com revestimento novo e em uso	130
Manilha de argila comum para drenos	120
Alvenaria de tijolos revestidos de cimento liso	100
Ferro fundido novo, ferro fundido revestido de cimento	130
Plástico, polietileno e PVC usados	140
Cimento Amianto	140
Concreto bem-acabado	130
Latão	130
Madeira em aduelas lisas	120
Aço soldado em uso	90
Aço rebitado em uso	85
Aço galvanizado novo e em uso	125
Manilha de barro vitrificadas, para esgoto	110
Mangueiras de tecido sem revestimento de borracha	90
Aço corrugado (chapa ondulada), ferro e aço altamente corroídos e incrustados	60

Fonte: Silva, 2013, p. 53.

10. FLAMANT

Alfred-Aimé Flamant foi um engenheiro formado pela Escola de Pontes e Estradas de Paris (1862), nasceu no ano de 1839 e faleceu no ano de 1914. Foi professor de Arquitetura e Engenharia Civil (1872-1879), Física Industrial (1879-1883) e Mecânica Aplicada (1884-1893) (Vasilescu, 2018).

10.1 EQUAÇÃO DE FLAMANT

A Equação de Flamant é aplicável em pequenos diâmetros, compreendidos entre 12,5 e 100 mm, para água em temperatura ambiente, em regime de escoamento turbulento, a uma velocidade no intervalo de 0,1 a 4 m/s; muito utilizada em instalações prediais, para tubos de ferro e aço-galvanizado, bem como em linhas laterais de irrigação localizada (Guedes, 2013).

No Sistema Internacional de Unidades (S.I.), segundo Azevedo Neto (1998), a equação de Flamant é apresentada das seguintes formas:

$$\frac{D \cdot J}{4} = b \sqrt[4]{\frac{V^7}{D}} \quad (1)$$

$$hf = 4 b \cdot L \sqrt[4]{\frac{V^7}{D^5}} \quad (2)$$

Eliminando a raiz quarta da expressão (2), obtém-se:

$$hf = 4 b \cdot L \cdot \frac{V^{1,75}}{D^{1,25}} \quad (3)$$

Em função da vazão, é apresentada da como:

$$hf = 6,107 \cdot b \cdot \frac{Q^{1,75}}{D^{4,75}} \cdot L \quad (4)$$

Onde:

- ❖ hf = Perda de Carga em m;
- ❖ J = Perda de carga unitária (hf/L) em m/m;
- ❖ D = Diâmetro da tubulação em m;
- ❖ V = Velocidade em m/s;
- ❖ Q = Vazão em m³/s;
- ❖ L = Comprimento da tubulação em m;
- ❖ b = Coeficiente dado em s^{1,75}/m^{0,5}.

O coeficiente “C” depende da natureza das paredes da tubulação, do material e do estado das mesmas (UFLA, 2007). A Tabela 5 apresenta alguns valores para esse coeficiente:

Tabela 5 – Coeficiente da Equação de Flamant

Material	b
Ferro fundido ou aço em serviço (usado, acima de 10 anos)	0,00023
Ferro fundido, aço ou canalização de concreto (novo)	0,000185
Condutos de chumbo	0,000140
Condutos de cimento-amianto	0,00062
Canos de PVC (catálogo da Tigre)	0,000135
Cobre	0,000185

Fonte: Guedes, 2013 e UFLA, 2007.



A equação de Flamant para ferro fundido e aço galvanizado é apresentada da seguinte forma (Silva, 2006):

$$J = 0,00092 \cdot \frac{V^{1,75}}{Q^{1,25}} \quad (4)$$

$$J = 0,001404 \cdot \frac{Q^{1,75}}{D^{4,75}} \quad (5)$$

Enquanto, para tubos de plástico, a equação é apresentada como:

$$J = 0,000826 \cdot \frac{Q^{1,75}}{D^{4,75}} \quad (6)$$

Onde:

- ❖ J = Perda de carga unitária (h_j/L) em m/m;
- ❖ D = Diâmetro da tubulação em m;
- ❖ V = Velocidade em m/s;
- ❖ Q = Vazão em m³/s.

11. ESCOAMENTO EM SISTEMAS DE CONDUTOS FORÇADOS

11.1 CONDUTOS EQUIVALENTES

São classificadas como tubulações equivalentes aquelas que transportam a mesma vazão sob a mesma perda de carga (Homero, 2012), ou seja:

$$Q_1 = Q_2$$

$$hf_1 = hf_2$$

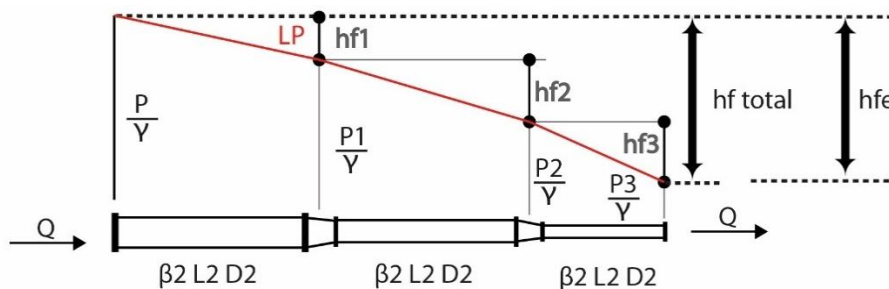
Esse conceito é utilizado em tubulações interligadas, visando simplificar os cálculos hidráulicos de tubulações interligadas, em condutos que se diferem por β , "D" ou "L" (Soares, 2012).

11.2 CONDUTOS EM SÉRIE


Um conduto em série é uma tubulação interligada nas extremidades que conduzem vazão constante, porém, constituída por trechos de características distintas (Soares, 2012).

Observe a Figura 11:

Figura 11 – Alargamento da Seção



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Soares (2012).



A partir desta figura, observa-se as seguintes características (Soares, 2012):

- Perda de carga em cada trecho: hf_1, hf_2 e hf_3 ;
- Vazão transitante: $Q = Q_{eq} = Q_1 = Q_2 = Q_3$.

Sabe-se que:

$$hf_{eq} = (hf_1 + hf_2 + hf_3)$$

Bem como:

$$hf = \beta \frac{Q^n}{D^m} L$$

Sendo:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{eq} = Q$$

Tem-se que:

$$\frac{\beta_{eq} Q^n L_{eq}}{D_{eq}^m} = \frac{\beta_1 Q^n L_1}{D_1^m} + \frac{\beta_2 Q^n L_2}{D_2^m} + \frac{\beta_3 Q^n L_3}{D_3^m}$$

$$\frac{\beta_{eq} L_{eq}}{D_{eq}^m} = \frac{\beta_1 L_1}{D_1^m} + \frac{\beta_2 L_2}{D_2^m} + \frac{\beta_3 L_3}{D_3^m}$$

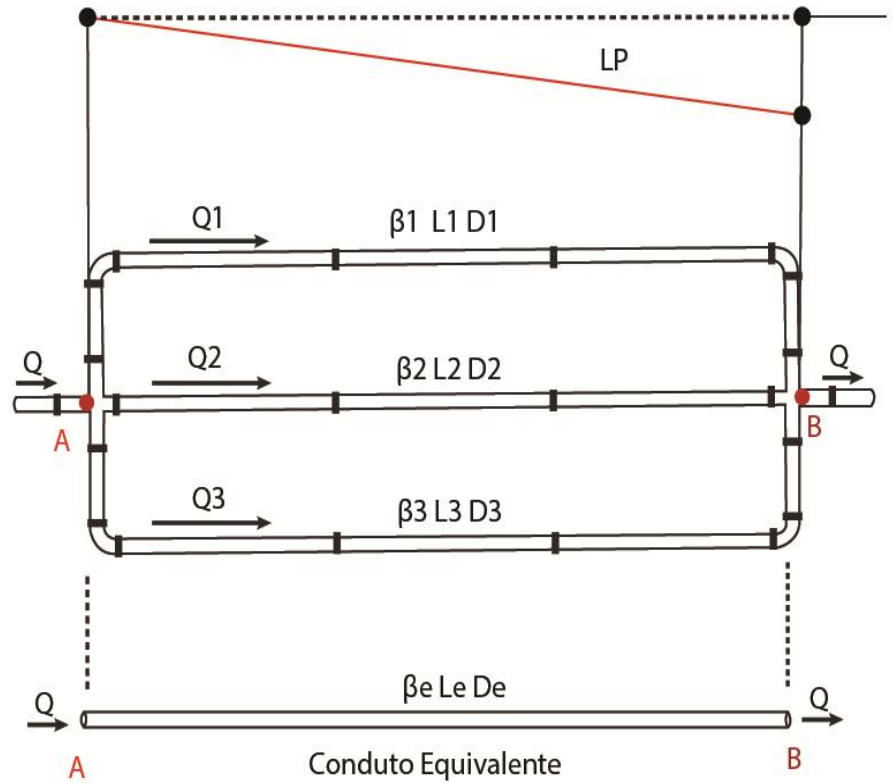
Na equação acima, são escolhidos β_{eq} e D_{eq} e calculado o L_{eq} .

11.3 CONDUTOS EM PARALELO

São denominados condutos em paralelo aqueles que as extremidades de montante agrupadas em um mesmo ponto e as de jusante, em outro ponto. Desta forma, sabendo que a energia total em um ponto é única, cada tubo em paralelo está sujeito a mesma perda de carga (Soares, 2012).

Seja a Figura 12 abaixo:

Figura 12 – Alargamento da Seção



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Soares (2012).

Desta figura, abstrai-se as seguintes características (Soares, 2012):

- Mesma perda de carga: $hf_{eq} = hf_1 = hf_2 = hf_3$;
- Vazão transitante: $Q_{eq} = Q_1 + Q_2 + Q_3$.

Tendo em vista que:

$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$hf_{eq} = hf_1 = hf_2 = hf_3$$

E que:

$$hf = \beta \frac{Q^n}{D^m} L$$

$$Q = \left(\frac{hf D^m}{\beta L} \right)^{1/n}$$



Sendo assim:

$$\left(\frac{hf_{eq} D_{eq}^m}{\beta_{eq} L_{eq}}\right)^{1/n} = \left(\frac{hf_1 D_1^m}{\beta_1 L_1}\right)^{1/n} + \left(\frac{hf_2 D_2^m}{\beta_2 L_2}\right)^{1/n} + \left(\frac{hf_3 D_3^m}{\beta_3 L_3}\right)^{1/n}$$

$$\left(\frac{D_{eq}^m}{\beta_{eq} L_{eq}}\right)^{1/n} = \left(\frac{D_1^m}{\beta_1 L_1}\right)^{1/n} + \left(\frac{D_2^m}{\beta_2 L_2}\right)^{1/n} + \left(\frac{D_3^m}{\beta_3 L_3}\right)^{1/n}$$

Na equação acima, são escolhidos β_{eq} e D_{eq} e calculado o L_{eq} .



12. EXPERIMENTOS

Abaixo estão experimentos relacionados à perda de carga a serem realizados no laboratório de hidráulica, bem como os objetivos de cada um deles, a metodologia e os materiais necessários para executá-los.

12.1 DETERMINAÇÃO DA RUGOSIDADE, DO FATOR DE ATRITO E DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE HAZEN-WILLIAMS NO TUBO LISO E NO TUBO RUGOSO

12.1.1 Objetivos

- Calcular a vazão no tubo diafragma para o tubo liso e para o tubo rugoso (Q_d);
- Calcular a perda de carga no tubo liso e no tubo rugoso (h_f);
- Determinar o fator de atrito no tubo liso e no tubo rugoso (f);
- Determinar o coeficiente de rugosidade no tubo liso e no tubo rugoso (C);
- Determinar a rugosidade do tubo liso e do tubo rugoso (ϵ).

12.1.2 Materiais

- Tubo Diafragma;
- Tubo liso;
- Tubo rugoso;
- Quadro de pressões – manômetro tipo U;
- Termômetro;
- Água.

12.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução

Este experimento visa determinar a rugosidade, o fator de atrito e o Coeficiente de Rugosidade de Hazen-Williams no tubo liso e no tubo rugoso. Por meio da fórmula de



Hazen-Williams, fazendo-se conhecida a perda de carga, é possível determinar o coeficiente de rugosidade. A fórmula de Darcy-Weisbach, por sua vez, é utilizada para a determinação do fator de atrito. Com o fator de atrito de Darcy e o número de Reynolds, calcula-se a rugosidade presente em cada tubo pela equação de Colebrook-White.

12.1.4 Tubo liso

Para este experimento foram utilizados o tubo diafragma e o tubo liso. Com o diâmetro do tubo diafragma, calcula-se a área de seção transversal por meio da seguinte fórmula:

$$S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

Supondo um tubo diafragma de diâmetro igual a 7,8 cm, a área de seção transversal será $S = 4,778 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Utilizando-se manômetro tipo U vinculado ao tubo diafragma, verifica-se nível das colunas de mercúrio para a determinação da diferença de altura:

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

Caso a primeira coluna possua uma altura $h_1 = 11,6 \text{ cm}$ e a segunda uma altura $h_2 = 9,8 \text{ cm}$, a diferença de altura será $\Delta h = 0,018 \text{ m}$.

Com a realização do cálculo da diferença de nível no manômetro e o cálculo da área da seção transversal, pode-se determinar a vazão adotando os valores de $K = 0,676$, $M = 0,45$, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $d_{hg} = 13,6$, por meio da fórmula abaixo:

$$Q_D = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

Para os valores acima apresentados, a vazão será $Q_D = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

Possuindo o diâmetro do tubo liso, calcula-se a sua área de seção transversal. Caso seu diâmetro seja $\varnothing = 1,5'' = 0,0381 \text{ m}$, a área de seção transversal será $A = 1,140 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.



Por meio da vazão no tubo diafragma ($Q_D = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$) e da área da seção transversal do tubo liso ($A = 1,140 \cdot 10^{-3} m^2$), obtém-se a velocidade de escoamento:

$$V = \frac{Q}{A}$$

Fazendo uso dos valores exemplificados, $V = 2,689 \frac{m}{s}$.

Fazendo uso de um termômetro, afere-se a temperatura da água e, visando determinar a viscosidade da mesma, adota-se a Tabela 6:

Tabela 6 – Viscosidade Cinemática da Água

Temperatura (°C)	Viscosidade cinemática ($10^{-6} \frac{m^2}{s}$)
0	1,785
4	1,558
5	1,519
10	1,308
15	1,140
20	1,003
25	0,893
30	0,801
40	0,658
50	0,553
60	0,474

Fonte: Propriedades da Água, UFCG.

Supondo que a água esteja a uma temperatura $T = 24^\circ\text{C}$, a tabela adotada não possui representação do valor da viscosidade. Para isso, é necessário realizar a interpolação, como elucidado a seguir com o auxílio da Tabela 7:



Tabela 7 - Interpolação

Temperatura (°C)	Viscosidade Cinemática ($10^{-6}m^2/s$)
20	1,003
24	ν
25	0,893

Fonte: tabela autoral.

$$\frac{24 - 20}{\nu - 1,003} = \frac{25 - 20}{0,893 - 1,003}$$

$$\frac{4}{\nu - 1,003} = \frac{5}{0,893 - 1,003} \quad \therefore -0,44 = 5\nu - 5,015$$

$$5x = 4,575 \quad \therefore \nu = 9,15 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

Com os valores da velocidade de escoamento, do diâmetro do tubo liso e da viscosidade cinemática da água, calcula-se o número de Reynolds:

$$Rey = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

Para os valores adotados para a exemplificação, $Rey = 111.968,1967$.

Posteriormente, verifica-se a altura das colunas de mercúrio do manômetro vinculado ao tubo liso e determina-se a diferença de altura, bem como a perda de carga:

$$hf = (d_{hg} - 1) \cdot \Delta h$$

Supondo uma altura $h_1 = 56,6 \text{ cm}$ e $h_2 = 51,9 \text{ cm}$, $\Delta h = 0,047 \text{ m}$ e $hf = 0,5922 \text{ m}$.

Com a perda de carga determinada ($hf = 0,5922m$), o comprimento do tubo liso ($L = 2,25 \text{ m}$), a velocidade de escoamento ($V = 2,689 \frac{m^2}{s}$), o diâmetro do tubo liso ($D = 0,0381 \text{ m}$) e a Vazão do fluido no tubo diafragma ($Q = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$), utiliza-se a equação de Hazen-Williams para a determinação do coeficiente adimensional da parede do tubo:



$$hf = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

$$C^{1,85} = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{hf \cdot D^{4,87}} \therefore C = \sqrt[1,85]{\frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{hf \cdot D^{4,87}}}$$

Para os valores apresentados, o coeficiente de Hazen-Williams é $C = 123,297$.

Com a perda de carga determinada ($hf = 0,5922 \text{ m}$), o comprimento do tubo liso ($L = 2,25 \text{ m}$), a velocidade de escoamento ($V = 2,689 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$) e o diâmetro do tubo liso ($D = 0,0381 \text{ m}$), utiliza-se a Equação de Darcy-Weisbach de forma a isolar o fator de atrito de Darcy (f) e obtê-lo:

$$hf = f \cdot L \cdot \frac{V^2}{D \cdot 2g}$$
$$\therefore f = \frac{hf \cdot D \cdot 2g}{L \cdot V^2}$$

Para os valores citados, o fator de atrito é $f = 0,027$.

Com o fator de atrito de Darcy calculado ($f = 0,027$) e o número de Reynolds ($Rey = 111.968,1967$), utiliza-se a Equação de Colebrook-White para calcular a Rugosidade presente no Tubo Liso:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right)$$
$$\log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}$$
$$\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} = 10^{-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}}$$
$$\varepsilon = 3,7 \cdot D \cdot \left(10^{-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}} - \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right)$$

Com os valores exemplificados, a rugosidade encontrada é $\varepsilon = 1,0848 \cdot 10^{-4}$.

12.1.5 Tubo Rugoso

Para este experimento foram utilizados o tubo diafragma e o tubo rugoso. Com o diâmetro do tubo diafragma, calcula-se a área de seção transversal por meio da seguinte fórmula:

$$S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

Supondo um tubo diafragma de diâmetro igual a 7,8 cm, a área de seção transversal será $S = 4,778 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Utilizando-se manômetro tipo U vinculado ao tubo diafragma, verifica-se nível das colunas de mercúrio para a determinação da diferença de altura:

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

Caso a primeira coluna possua uma altura $h_1 = 11,6 \text{ cm}$ e a segunda uma altura $h_2 = 9,8 \text{ cm}$, a diferença de altura será $\Delta h = 0,018 \text{ m}$.

Com a realização do cálculo da diferença de nível no manômetro e o cálculo da área da seção transversal, pode-se determinar a vazão adotando os valores de $K = 0,676$, $M = 0,45$, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $d_{hg} = 13,6$, por meio da fórmula abaixo:

$$Q_D = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

Para os valores acima apresentados, a vazão será $Q_D = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

Possuindo o diâmetro do tubo rugoso, calcula-se a sua área de seção transversal. Caso seu diâmetro seja $\emptyset = 1,5'' = 0,0381 \text{ m}$, a área de seção transversal será $A = 1,140 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Por meio da vazão no tubo diafragma ($Q_D = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$) e da área da seção transversal do tubo liso ($A = 1,140 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$), obtém-se a velocidade de escoamento:

$$V = \frac{Q}{A}$$

Fazendo uso dos valores exemplificados, $V = 2,689 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Fazendo uso de um termômetro, afere-se a temperatura da água e, visando determinar a viscosidade da mesma, adota-se a Tabela 6.

Supondo que a água esteja a uma temperatura $T = 24^{\circ}\text{C}$, a tabela adotada não possui representação do valor da viscosidade. Para isso, é necessário realizar a interpolação, como elucidado a seguir com o auxílio da Tabela 7.

Com os valores da velocidade de escoamento, do diâmetro do tubo rugoso e da viscosidade cinemática da água, calcula-se o número de Reynolds:

$$Rey = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

Para os valores adotados para a exemplificação, $Rey = 111.968,1967$.

Posteriormente, verifica-se a altura das colunas de mercúrio do manômetro vinculado ao tubo rugoso e determina-se a diferença de altura, bem como a perda de carga:

$$hf = (d_{hg} - 1) \cdot \Delta h$$

Supondo uma altura $h_1 = 74,2 \text{ cm}$ e $h_2 = 60,5 \text{ cm}$, $\Delta h = 0,137 \text{ m}$ e $hf = 1,7262 \text{ m}$.

Com a perda de carga determinada ($hf = 1,7262 \text{ m}$), o comprimento do tubo rugoso ($L = 2,25 \text{ m}$), a velocidade de escoamento ($V = 2,689 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$), o diâmetro do tubo rugoso ($D = 0,0381 \text{ m}$) e a Vazão do fluido no tubo diafragma ($Q = 3,066 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$), utiliza-se a equação de Hazen-Williams para a determinação do coeficiente adimensional da parede do tubo:

$$hf = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

$$C^{1,85} = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{hf \cdot D^{4,87}} \therefore C = \sqrt[1,85]{\frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{hf \cdot D^{4,87}}}$$

Para os valores apresentados, o coeficiente de Hazen-Williams é $C = 69,1396$.

Com a perda de carga determinada ($hf = 1,7262 \text{ m}$), o comprimento do tubo rugoso ($L = 2,25 \text{ m}$), a velocidade de escoamento ($V = 2,689 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$) e o diâmetro do tubo

rugoso ($D = 0,0381 \text{ m}$), utiliza-se a Equação de Darcy-Weisbach de forma a isolar o fator de atrito de Darcy (f) e obtê-lo:

$$hf = f \cdot L \cdot \frac{V^2}{D \cdot 2g}$$

$$\therefore f = \frac{hf \cdot D \cdot 2g}{L \cdot V^2}$$

Para os valores citados, o fator de atrito é $f = 0,0793$.

Com o fator de atrito de Darcy calculado ($f = 0,0793$) e o número de Reynolds ($Rey = 111.968,1967$), utiliza-se a Equação de Colebrook-White para calcular a Rugosidade presente no Tubo Liso:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right)$$

$$\log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}$$

$$\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} = 10^{-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}}$$

$$\varepsilon = 3,7 \cdot D \cdot \left(10^{-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{f}}} - \frac{2,51}{Rey \cdot \sqrt{f}} \right)$$

Com os valores exemplificados, a rugosidade encontrada é $\varepsilon = 2,3524 \cdot 10^{-3}$.

12.2 DETERMINAÇÃO DA PERDA DE CARGA LOCALIZADA NO REGISTRO DE GAVETA

12.2.1 Objetivos

- Calcular a vazão do sistema (Q_S);
- Calcular a vazão do tubo diafragma (Q_D);
- Determinar a perda de carga do tubo liso com registro (hf_{CR}) e sem registro (hf_{SR});



- Determinar a perda de carga causada pelo registro (hf_R);
- Calcular o Comprimento Equivalente do Tubo para essa perda (L_{EQ});
- Determinar a constante K do registro.

12.2.2 Materiais

- Tubo Diafragma;
- Tubo liso;
- Quadro de pressões – manômetro tipo U;
- Água.

12.2.3 Metodologia e Exemplo de Execução

Este experimento visa determinar a perda de carga causada pelo registro de gaveta, para isso, são adotados dois sistemas hidráulicos de tubos lisos. O primeiro sistema não possui o registro, enquanto o segundo sistema possui o registro de gaveta. Em cada um desses sistemas é calculado a perda de carga total do sistema (hf_{CR} e hf_{SR}), podendo determinar a perda de carga do registro de gaveta (hf_R) pela diferença entre as perdas de cargas de cada sistema.

12.2.4 Vazões no Sistema e no Tubo Diafragma

Durante a realização do experimento aferiu-se, no primeiro manômetro, o nível das colunas de mercúrio para a realização do cálculo da Vazão, com a primeira coluna do manômetro possuindo uma altura $h_1 = 0 \text{ cm}$ e a segunda coluna do manômetro possuindo uma altura $h_2 = 21,4 \text{ cm}$. Com essas duas alturas, pode-se calcular a diferença de nível entre elas:

$$\Delta h = |h_1 - h_2| = 21,4 - 0$$

$$\Delta h = 21,4 \text{ cm} \therefore \Delta h = 0,214 \text{ m}$$

Para este experimento foram utilizados o tubo diafragma e o tubo liso. Com o diâmetro do tubo diafragma, calcula-se a área de seção transversal por meio da seguinte fórmula:

$$S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

Supondo um tubo diafragma de diâmetro igual a 7,8 cm, a área de seção transversal será $S = 4,778 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Podendo ser calculado a vazão do Sistema com a seguinte formula, adotando os valores de $K = 0,676$; $M = 0,45$; $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $d_{hg} = 13,6$.

$$Q_S = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

$$Q_S = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \frac{\pi (7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (13,6 - 1) \cdot 0,214}$$

$$Q_S = 0,01057 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Com o diâmetro convertido para metros ($\emptyset = 1,5 \cdot 2,54 \cdot 10^{-2} = 0,0381$), se calcula a área da seção transversal do tubo liso com e sem registro do tipo gaveta:

$$A = \pi \cdot \frac{\emptyset^2}{4} = \pi \cdot \frac{(1,5 \cdot 2,54 \cdot 10^{-2})^2}{4}$$

$$A = 1,1409 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Porém, neste experimento, foi utilizado um tubo diafragma, fazendo com que a vazão se divida em duas tubulações, uma destas tubulações possui registro do tipo gaveta e a outra não possui. Para o cálculo da velocidade no tubo liso sem registro, se dividirá a vazão do sistema por dois ($Q_S = 2 \cdot Q_D$), de forma a se calcular a velocidade.

$$Q_D = V \cdot A \therefore V = \frac{Q_D}{A}$$

$$\therefore V = \frac{\frac{0,0106}{2}}{1,14009 \cdot 10^{-3}}$$

$$V = 4,6488 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

12.2.5 Perda de Carga do Registro

Com o objetivo de mensurar a perda de carga resultante do registro do tipo gaveta, a tubulação foi dividida em duas partes. A primeira parte é definida por um tubo liso sem registro (hf_{SR}) e, a segunda parte, por um tubo liso com registro (hf_{CR}), de forma que se possa calcular a perda de carga do registro (hf_R) pela diferença entre as perdas de carga das tubulações ($hf_R = hf_{CR} - hf_{SR}$). Para o tubo liso sem registro, aferiu-se os níveis do manômetro para o cálculo da perda de carga nesta tubulação, para isso tem-se: $h_1 = 56,2 \text{ cm}$ e $h_2 = 48,6 \text{ cm}$.

$$\Delta h = |h_1 - h_2| = |48,6 - 56,2| = 7,6 \text{ cm}$$

$$\Delta h = 0,076 \text{ m}$$

$$hf_{SR} = (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h = (13,6 - 1) \cdot 0,076$$

$$hf_{SR} = 0,9576 \text{ mca}$$

Para o tubo liso com registro, aferiu-se os níveis do manômetro para que calcular a perda de carga nessa tubulação, para isso tem-se: $h_1 = 41,5 \text{ cm}$ e $h_2 = 67,5 \text{ cm}$.

$$\Delta h = |h_1 - h_2| = |41,5 - 67,5| = 26,0 \text{ cm}$$

$$\Delta h = 0,260 \text{ m}$$

$$hf_{CR} = (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h = (13,6 - 1) \cdot 0,260$$

$$hf_{CR} = 3,276 \text{ mca}$$

Com as perdas de carga das tubulações definidas ($hf_{SR} = 0,9576 \text{ mca}$ e $hf_{CR} = 3,276 \text{ mca}$), faz-se possível calcular a perda de carga causada pelo registro, para isso, tem-se:

$$hf_R = hf_{CR} - hf_{SR} = 3,276 - 0,9576$$

$$hf_R = 2,3184 \text{ mca}$$



12.2.6 Coeficiente de Perda de Carga do Registro de Gaveta

Para determinar a perda de carga do registro de gaveta em metros, será utilizada uma regra de três simples, em que: para 2,25 metros está uma perda de carga de 0,9576 metros coluna de água. Enquanto o registro causa uma perda de carga de 2,3184 metros de coluna de água. Adotando as mesmas propriedades tubo, quantos metros de tubo (L_{EQ}) essa perda de carga poderia corresponder?

$$\frac{0,9576}{2,3184} = \frac{2,25}{L_{EQ}}$$

$$L_{eq} = 2,25 \cdot \frac{2,3184}{0,9576}$$

$$L_{eq} = 5,447 \text{ m}$$

Para o cálculo da constante K relacionada à perda de carga do registro gaveta, será utilizada a seguinte fórmula:

$$hf_R = K \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \therefore K = hf_R \cdot \frac{2g}{V^2}$$

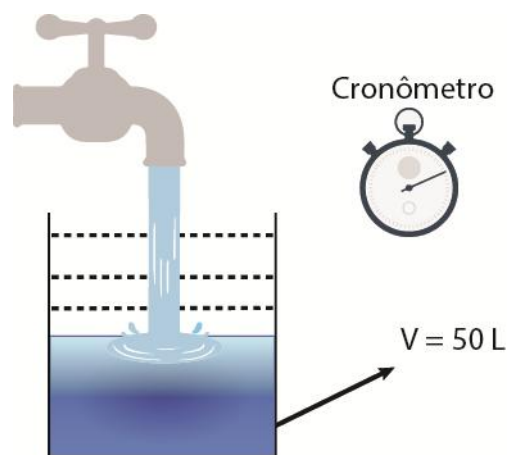
$$K = \frac{2,3184 \cdot 2 \cdot 9,81}{4,6488^2}$$

$$K = 2,105$$

13. VAZÃO

Determinar e, por fim, tornar conhecida a vazão de um fluido que escoar por um duto é de demasiada importância. Por meio da Figura 13, torna-se fácil definir a vazão em volume:

Figura 13 – Determinação da Vazão em Volume



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

Entende-se como uma vazão em volume (Q) “o volume de fluido que atravessa uma certa seção do escoamento por unidade de tempo” (Brunetti, 2008, p. 72). Sendo assim:

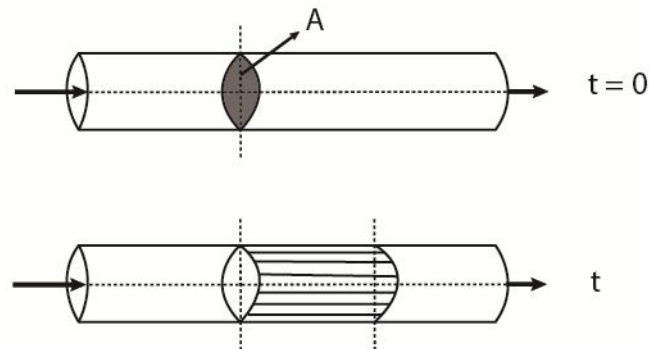
$$Q = \frac{V}{t}$$

A partir da definição, tem-se as unidades: m^3/s , L/s , m^3/h , L/h , ou quaisquer outras que se adequem (Brunetti, 2008).

Brunetti (2008) afirma que, entre a velocidade e o volume do fluido, há uma forte relação, que é ilustrada mediante a Figura 14.



Figura 14 – Relação Entre a Velocidade e o Volume do Fluido



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

“No intervalo de tempo t , o fluido se desloca através da seção de área A a uma distância s . O volume de fluido que atravessa a seção de área A no intervalo de tempo t é $V = s \cdot A$.” (Brunetti, 2008, p. 72). Logo, a vazão pode ser interpretada como:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{s \cdot A}{t}$$

No entanto:

$$v = \frac{s}{t} \therefore Q = v \cdot A$$

Brunetti (2008) logo afirma que tal expressão só poderia ser possível se a velocidade fosse uniforme na seção estudada. Em casos práticos, a velocidade é variável em cada um dos pontos que compõem a seção. De tal maneira, a vazão será dada por:

$$dQ = v \, dA \rightarrow Q = \int_A v \, dA$$

A velocidade uniforme que substitui a real e produz a mesma vazão na seção é chamada de velocidade média na seção (Brunetti, 2008).

$$Q = \int_A v \, dA = v_m \cdot A$$

Desta forma, o cálculo da velocidade média na seção é (Brunetti, 2008):

$$v_m = \frac{1}{A} \int_A v \, dA$$



Analogamente, a vazão também pode ser definida em massa (Q_m) e em peso (Q_G) (Brunetti, 2008):

$$Q_m = \frac{m}{t}$$

$$Q_G = \frac{G}{t}$$

Onde m é a massa do fluido e G é o peso do fluido. Desta forma (Brunetti, 2008):

$$Q = v_m \cdot A, \text{ mas } Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t}$$

Logo:

$$Q_m = \rho \cdot Q = \rho \cdot v_m \cdot A$$

e

$$Q_G = \frac{G}{t} = \frac{\gamma \cdot V}{t} = \gamma Q = \gamma \cdot v_m \cdot A$$

Mas também

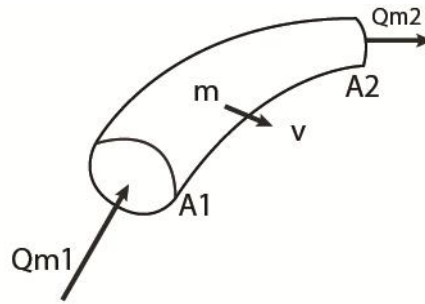
$$Q_G = \gamma \cdot Q = \rho \cdot g \cdot Q = g \cdot Q_m$$

As unidades para a vazão em massa serão: kg/s, utm/s, kg/h. E para a vazão em peso tem-se: kgf/s, N/s. Para ambos os tipos de unidade, cabem adequações à própria definição (Brunetti, 2008).

13.1 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE PARA REGIME PERMANENTE

Para um tubo de corrente, onde não pode haver fluxo lateral de massa (Brunetti, 2008), o escoamento de um fluido é representado pela Figura 15:

Figura 15 – Escoamento de um Fluido em um Tubo de Corrente



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

Não haver variações de propriedades com o tempo, em nenhum ponto de fluido, é necessário para que o regime seja permanente. Seja a vazão de entrada Q_{m1} e a vazão de saída Q_{m2} . Se estas vazões fossem diferentes, haveria um acúmulo de massa ou redução em algum ponto interno ao tubo e isso causaria uma variação da massa específica com o tempo, o que iria contra a hipótese de regime permanente (Brunetti, 2008). Sendo assim:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

Ou

$$\rho_1 \cdot Q_1 = \rho_2 \cdot Q_2$$

Ou

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

“Esta é a equação da continuidade para um fluido qualquer em regime permanente.” (Brunetti, 2008, p. 75).

Caso o fluido seja incompressível, na entrada e na saída do volume v , a massa específica será a mesma. Desta forma, a equação da continuidade para um fluido incompressível é (Brunetti, 2008):

$$Q_1 = Q_2$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

Em qualquer seção do escoamento, a vazão para um fluido incompressível é a mesma. Ao longo do escoamento, as velocidades médias e as áreas são inversamente

proporcionais, ou seja, uma diminuição da área causa um aumento da velocidade média na seção e vice-versa (Brunetti, 2008).

13.2 MEDIDORES DE VAZÃO

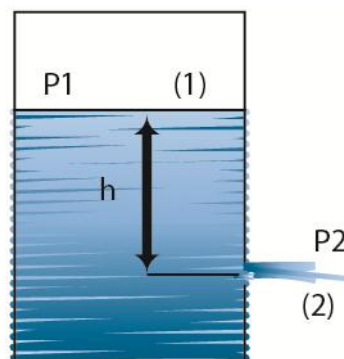
A seguir serão apresentados dispositivos que podem ser utilizados em diferentes instalações visando medir a vazão. No entanto, o equacionamento apresentado a baixo é válido somente para fluidos incompressíveis. É válido lembrar que alguns desses dispositivos podem ser utilizados para medir a vazão de fluidos compressíveis, mas o equacionamento para tais seria mais complexo.

13.2.1 Tubo Diafragma


O Tubo Diafragma, também conhecido como Placa de Orifício, pode ser definido como um disco que possui um orifício central e que apresenta saída em ângulo necessariamente concêntrico ao eixo do duto cilindro. Por meio da utilização de um manômetro tipo U, pode-se medir a diferença de pressão entre as regiões anterior e posterior ao diafragma.

Brunetti (2008) ressalta que o bordo é delgado para que fluido exerça contato apenas com a aresta do orifício, o que ocasiona a redução do atrito (Figura 16).

Figura 16 – O Bordo Delgado do Tubo Diafragma



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).



Supondo que o fluido seja ideal, H_p na equação da energia é nulo (Brunetti, 2008):

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

Se o fluido é ideal, $v_1 = 0$ e $z_1 - z_2 = h$, obtém-se a velocidade teórica (v_{2t}):

$$v_{2t} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}$$

Sendo P_1 igual a P_2 , temos a seguinte expressão, que é a equação de Torricelli (Brunetti, 2008):

$$v_{2t} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

No entanto, sendo o fluido ideal, esse não corresponde ao real e a velocidade no orifício não será igual à calculada, em razão das perdas. Desta maneira, faz-se necessário um coeficiente de velocidade, onde velocidade real será $v_{2r} = C_v \cdot v_{2t}$ (Brunetti, 2008).

Onde C_v é o coeficiente de velocidade, dado por (Brunetti, 2008):

$$C_v = \frac{v_r}{v_t}$$

Desta forma, a velocidade real é (Brunetti, 2008):

$$v_{2r} = C_v \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}$$

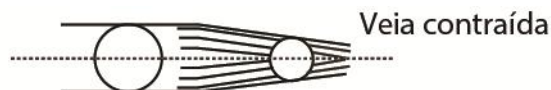
Sendo A_o a área do orifício, a vazão teórica no orifício será (Brunetti, 2008):

$$Q_t = v_{2t} \cdot A_o$$

Por sua vez, a vazão do fluido que escoar pelo orifício também é diferente da vazão teórica e o primeiro motivo para tal é que a velocidade ideal não corresponde à verdadeira; o segundo motivo deve-se à contração observada na saída (Figura 17) (Brunetti, 2008).



Figura 17 – Veia Contraída



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

No jato, em razão da inércia do movimento, as partículas do fluido tendem a ocupar uma seção menor que a do orifício. A veia contraída é a seção constante que ocorre a certa distância do orifício porque o jato se contrai. Sendo assim, faz-se preciso um coeficiente de contração definido como “a relação entre a área do jato na veia contraída e a área do orifício” (Brunetti, 2008, p. 212).

Sendo $C_c < 1$ (Brunetti, 2008):

$$C_c = \frac{A_c}{A_o}$$

Desta forma, a vazão real no orifício será (Brunetti, 2008):

$$Q_r = C_v \cdot v_{2t} \cdot C_c \cdot A_o$$

$$Q_r = C_v \cdot C_c \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}$$

$$Q_r = C_v \cdot C_c \cdot Q_t$$

O coeficiente que corrige a vazão, chamado de coeficiente de vazão ou coeficiente de descarga, é o produto dos coeficientes de velocidade e de contração (Brunetti, 2008):

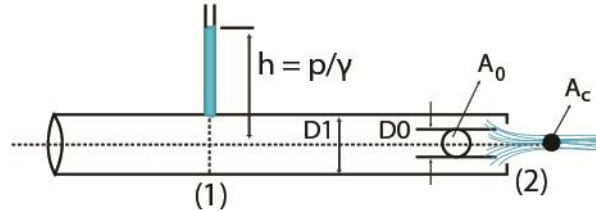
$$C_D = C_v \cdot C_c = \frac{Q}{Q_t}$$

Sendo assim:

$$Q_r = C_D \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}$$

Seja um tubo de seção circular com esse orifício instalado em sua seção de saída (Figura 18):

Figura 18 – Orifício Instalado na Seção de Saída



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

Aplicando a equação de Bernoulli para os pontos 1 e 2, para um fluido ideal:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

A velocidade teórica do jato e a vazão serão dadas por (Brunetti, 2008):

$$v_{2t} = \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \right)}$$

$$Q_r = C_v \cdot C_c \cdot A_o \cdot \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \right)} = C_D \cdot A_o \cdot \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \right)}$$

Para calcular, de fato, a vazão, é necessário que esta deixe de depender da velocidade de aproximação do orifício v_1 (Brunetti, 2008):

$$Q_r = \frac{C_D \cdot A_o}{\sqrt{1 - C_c^2 \cdot \left(\frac{D_o}{D_1} \right)^4}} \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{P_1}{\gamma}}$$

Onde D_o é o diâmetro do orifício.

Sendo k um coeficiente adimensional calculado por meio da velocidade de aproximação e da relação $\frac{D_o}{D_1}$, isto é, dependendo do número de Reynolds de aproximação (Brunetti, 2008):



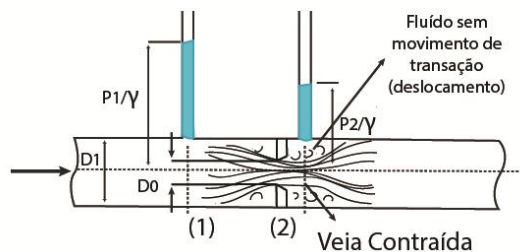
$$k = \frac{C_D}{\sqrt{1 - C^2 \cdot \left(\frac{D_o}{D_1}\right)^4}}$$

Com isso, tem-se que

$$Q_r = k \cdot A_o \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{P_1}{\gamma}}$$

O caso mais prático é aquele em que o orifício é instalado no interior de uma tubulação para a medição da vazão (Brunetti, 2008). Seja a Figura 19:

Figura 19 – Orifício Instalado no Interior de uma Tubulação



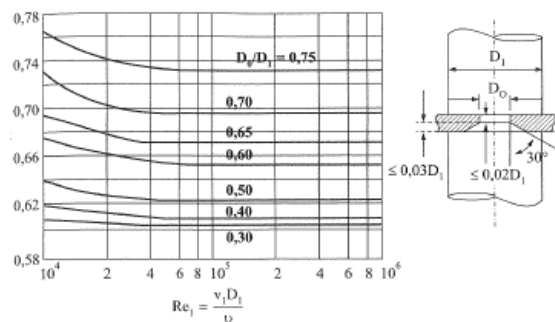
Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).

Aplicando a equação de Bernoulli para os pontos 1 e 2, para um fluido ideal, e operando como no caso anterior, obtém-se (Brunetti, 2008):

$$Q_r = k \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right)}$$

Onde k (Figura 20) depende de Rey e de $\frac{D_o}{D_1}$.

Figura 20 – Coeficiente k



Fonte: Livro Mecânica dos Flúídos, 2ª edição, Franco Brunetti (2008).

No entanto, em razão da dificuldade em determinar a área da seção S_2 , faz-se preciso definir o coeficiente de contração (Trielli, 2016):

$$C_c = \frac{S_2}{S_0} < 1$$

Considerando eixo horizontal e reorganizando as equações acima (Trielli, 2016):

$$v_2 = \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 + K_s - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Sendo $Q = V_2 \cdot S_2$:

$$Q = C_c \cdot S_0 \cdot \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 + K_s - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Caso não houvesse perda de carga no medidor e fosse mantido o mesmo diferencial de pressão, a velocidade média teórica seria dada por (Trielli, 2016):

$$v_{2t} = \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Desta forma, o coeficiente de velocidade é dado por (Trielli, 2016):

$$C_v = \frac{v_2}{v_{2t}} = \frac{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}{\sqrt{\alpha_2 + K_s - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}} < 1$$

O que permite que a vazão seja reescrita como:

$$Q = C_c \cdot C_v \cdot S_o \cdot \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Sendo o coeficiente de descarga o produto entre os coeficientes " C_c " e " C_v " (Trielli, 2016):

$$C_D = C_c \cdot C_v$$

$$Q = C_D \cdot S_o \cdot \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Sendo o coeficiente de funcionalidade do dispositivo (Trielli, 2016):

$$C = \frac{C_D}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot C_c^2 \cdot \left(\frac{S_0}{S_1}\right)^2}}$$

Então:

$$Q = C \cdot S_o \cdot \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}$$

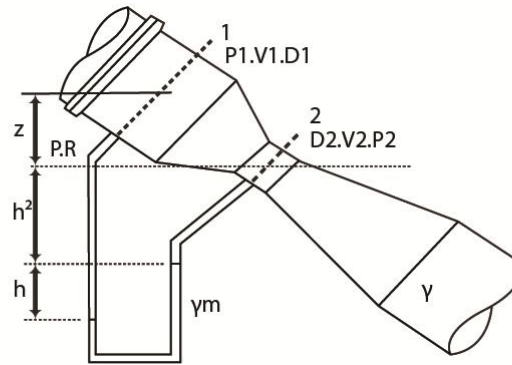
13.2.3 Tubo de Venturi

O tubo de Venturi¹³ (Figura 22), também chamado de venturímetro, possui um trecho de sua tubulação de entrada com seção igual à do conduto ao qual está conectado. Nesse conduto há um anel piezométrico com o intuito de medir a pressão estática na seção (Trielli, 2016).

¹³ O tubo de Venturi foi criado pelo cientista Giovanni Battista Venturi (1746-1822), no século XVIII.

Visando uniformizar a velocidade na seção circular reduzida (garganta), onde também há um anel piezométrico, possui uma tubeira convergente. Além disso, possui também uma tubeira divergente que, gradualmente, aumenta a seção da garganta para a medida do tamanho da seção do conduto (Trielli, 2016).

Figura 22 – Tubo de Venturi



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Trielli (2016).

Em razão da diminuição da área, na seção 2, há um aumento da velocidade e queda da pressão (Brunetti, 2008).

Sendo $C_c \approx 1$ (Trielli, 2016):

$$C_v = \frac{v_2}{v_{2t}} = \frac{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}}{\sqrt{\alpha_2 + K_s - \alpha_1 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}} < 1$$

Sendo C_v em função de Reynolds e $\frac{D_2}{D_1}$.

$$Q = C_v \cdot S_2 \cdot \frac{\sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}}$$

Como C é definido como (Trielli, 2016):



$$C = \frac{C_v}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}}$$

Então a vazão pode ser escrita como (Trielli, 2016):

$$Q = C \cdot S_2 \cdot \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}$$

13.2.4 Bocal Convergente

O bocal convergente é a parte convergente do tubo de Venturi. Nesse, é formado um deslocamento do escoamento, originando uma região na qual não há fluido com movimento de translação, em que a veia contraída escoar na parte central (Brunetti, 2008).

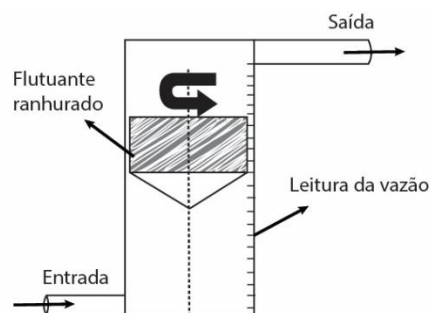
Nesse caso, a vazão é dada por (Brunetti, 2008):

$$Q = k \cdot A_2 \cdot \sqrt{2g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}$$

13.2.5 Rotômetro

O rotômetro (Figura 23) é um tubo graduado. Nesse tubo, há a presença de um elemento flutuante que possui ranhuras helicoidais e a rotação resultante faz com que o mesmo se mantenha no centro do tubo (Brunetti, 2008).

Figura 23 – Rotômetro



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Brunetti (2008).



Em função da vazão, o elemento flutuante se localizará em uma posição que, na escala, corresponde a uma vazão predeterminada (Brunetti, 2008).

13.3 VERTEDORES

Os vertedores são obstáculos (artificiais ou naturais) aos quais permitem a circulação de um fluido (água) pela sua abertura, parede ou diques. Podendo ser definido, de forma simplificada, como um orifício sem sua borda superior. Os vertedores são comumente utilizados para a medição da vazão de um canal, podendo auxiliar no controle do escoamento do fluido. Por essa razão são necessários os estudos e o conhecimento sobre os vertedores (Neto, 1982).

Para o melhor entendimento do vertedor são denominadas algumas terminologias para a melhor compreensão das partes que compõe um vertedor. A borda horizontal é denominada de soleira (ou crista), as bordas horizontais são denominadas de faces e a água que passa por esse vertedor, na maioria dos casos, possui um comportamento de vórtice podendo ser denominado de lâmina de água ou lâmina vertente (Neto, 1982).

A carga de água (H) deverá ser medida pela diferença do nível da soleira com o nível do canal. Nota-se que o nível do canal deve ser medido a partir de uma distância superior à $5H$ para melhor precisão (Neto, 1982).

13.3.1 Classificação dos Vertedores

Os vertedores, por influenciarem no fluxo do fluido, são comumente classificados pelos seus aspectos físicos, isto é, podem ser definidos por meio de sua forma, altura relativa da soleira, natureza da parede e largura relativa. Quando definido pela sua forma, o vertedor é classificado pela sua secção transversal, sendo denominado um Vertedor Simples aqueles que possuem secção transversal retangulares, trapezoidais, triangulares entre outros. O Vertedor Composto classifica os vertedores com secções transversais combinadas (Neto, 1998).



Quanto à altura das soleiras podem ser classificados em completos ou livres ($p > p'$) e em incompletos ou afogados ($p < p'$). Quanto à natureza das paredes, podem ser classificados em vertedores de paredes delgadas (chapas ou madeira chanfrada) e em vertedores de paredes expressas ($e > 0,66 H$). Quanto à largura relativa, podem ser classificados em vertedores sem contrações laterais ($L = B$) e em vertedores contraídos ($L < B$) (Neto, 1998).

13.3.2 Vertedor Retangular sem Contração

Como dito anteriormente, os vertedores são orifícios sem sua borda superior, permitindo a vazão de um canal. Adotando-se um canal com vertedor retangular é utilizado a equação de Bernoulli para determinar a velocidade no canal (Carvalho, 2006):

$$\frac{p_1}{\rho_g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho_g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

Nesse canal, o fluxo de água possui linhas correntes e paralelas juntamente com a pressão atmosférica em todos os pontos. Com a carga de velocidade na seção 1 desprezada, tem-se que (Carvalho, 2006):

$$H + 0 + 0 = \frac{v^2}{2g} + H - y + 0$$

$$\therefore v = \sqrt{2g \cdot y}$$

Utilizando “y” como a altura da lâmina de água. Sabendo que a vazão de qualquer sistema pode ser determinar pela velocidade do fluido vezes a área que esse fluido, tem-se a vazão como (Carvalho, 2006):

$$Q_t = \int v \cdot dA = \int_{h_1}^{h_2} v \cdot L \cdot dy$$

$$Q_t = \sqrt{2g} \cdot L \int_{h_1}^{h_2} y^{1/2} dy = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2g} \cdot L \cdot (h_2^{3/2} - h_1^{3/2})$$



As contrações e perdas reduzem a vazão real, para isso, é adotado um coeficiente de carga C_d . Para os orifícios de grandes dimensões, tem-se a seguinte fórmula para a determinação de sua vazão (Neto, 1998):

$$Q = \frac{2}{3} C_d \cdot L \cdot \sqrt{2g} \cdot (h_2^{3/2} - h_1^{3/2})$$

Porém, em um canal, a altura h_1 é considerada nula, uma vez que ela é o nível inicial de um canal. Enquanto que a altura h_2 é a própria carga da água (H), isto é, a altura do vertedor menos (p) o nível da água no reservatório ($N.A$) (esse medido a uma distância horizontal superior à $5H$). O C_d é o coeficiente de descarga dessa vazão, adotando um valor médio de 0,62 ($C_d = 0,62$), tem-se a fórmula (Neto, 1998):

$$Q = K \cdot L \cdot H^{3/2}$$

Note-se que K é uma constante dada por: $K = \frac{2}{3} \cdot C_d \cdot \sqrt{2g} = \frac{2}{3} \cdot 0,62 \cdot \sqrt{2 \cdot g} = 1,83$. Obtendo o valor dessa constante, temos que a fórmula para cálculo de vazão em Vertedores Retangulares é dada por (Neto, 1998):

$$Q = 1,83 \cdot L \cdot H^{3/2}$$

13.3.3 Vertedor Retangular de Duas Contrações

Segundo os estudos de Francis sobre os vertedores, ele concluiu que o Vertedor do tipo Retangular de Duas Contrações gera um fluxo sobre ele em que a largura da soleira é reduzida na prática, isto é, o fluido não aproveita toda a dimensão da soleira, a largura da soleira é reduzida em 10% para cada contração (Neto, 1998).

No caso de um vertedor retangular com uma contração a Largura Corrigida (L') é dada por $L' = L - 0,1H$. Enquanto a Largura Corrigida para um vertedor retangular de duas contrações é dada por $L' = L - 0,2H$ (Neto, 1998).

Notando-se bem essa situação da redução da largura efetiva da soleira, tem-se que a vazão desse canal pode ser definido pela seguinte equação de Vazão para Vertedores:

$$Q = 1,838 \cdot L' \cdot H^{3/2}$$

13.3.4 Vertedor Triangular

O Vertedor Triangular é um vertedor cujo sua secção transversal possui um vazio de uma área de um Triangulo Retângulo (possuindo um dos lados de 90°). Na prática, os Vertedores Triangulares utilizados são somente os isósceles (possui dois lados iguais, logo, dois ângulos também iguais). O Vertedor Triangular possui dimensões de Base (L) e Altura (H), a água que passa por esse vertedor e forma um triangulo de dimensões x e y , com isso, tem-se que:

$$\frac{x}{H-y} = \frac{L}{H} \rightarrow x = \frac{L}{H}(H-y)$$

A vazão é dada pela área multiplicada pela velocidade (essa calculada pela fórmula de Bernoulli, demonstrada previamente), tem-se que a vazão desse vertedor triangular é dada por:

$$Q = \int_0^H (2gy)^{1/2} \cdot \left(\frac{L}{H}\right) \cdot (H-y) dy = (2g)^{1/2} \cdot \frac{L}{H} \cdot \int_0^H y^{1/2} \cdot (H-y) dy$$

$$Q = (2g)^{1/2} \cdot \frac{L}{H} \left\{ H \cdot \left(\frac{2}{3}\right) y^{3/2} - \left(\frac{2}{5}\right) y^{5/2} \right\}_0^H$$

$$Q = (2g)^{1/2} \cdot \left(\frac{L}{H}\right) \cdot \left\{ \left(\frac{2}{3}\right) H^{5/2} - \left(\frac{2}{5}\right) H^{5/2} \right\}$$

$$Q = \frac{4}{15} \sqrt{2g} \cdot \frac{L}{H} \cdot H^{5/2}$$

Uma secção triangular, por sua vez, permite dimensionar e isolar a largura por meio da tangente e da altura desse vertedor triangular por:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L}{2H}$$

$$\therefore \frac{L}{H} = 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Substituindo uma equação pela outra, tem-se que a vazão é dada por:

$$Q = \frac{4}{15} \sqrt{2g} \cdot 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot H^{5/2}$$

$$Q = 2,362 \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot H^{5/2}$$



Como dito anteriormente, o ângulo θ corresponde à 90° , uma vez que o vertedor é triângulo-retangular. Mas os experimentos mostram que o valor da vazão possui uma variação devido ao Coeficiente de Descarga, que possui valor de $Cd = 0,60$. A fórmula para vazão (Q , em m^3/s), nesse vertedor, foi determinada por Thompson como (Neto, 1998):

$$Q = 1,4 \cdot H^{5/2}$$

A carga de água (H), para esse caso, é aferida como a diferença do nível da água (h_2 ou $N.A$) pelo nível do vértice do triângulo (h_1), sendo $H = h_2 - h_1$.



14. EXPERIMENTOS

Abaixo estão experimentos relacionados à vazão a serem realizados no laboratório de hidráulica, bem como os objetivos de cada um deles, a metodologia e os materiais necessários para executá-los.

14.1 DETERMINAÇÃO DA VAZÃO NO TUBO DIAFRAGMA

14.1.1 Objetivos

- Determinação da Viscosidade Cinemática da água para a temperatura aferida (ν);
- Cálculo da Vazão Teórica ($Q_{teórico}$);
- Cálculo do Número de Reynolds (Rey);
- Determinação do K_{real} usando o número de Reynolds;
- Cálculo da Vazão Real (Q_{real}).

14.1.2 Materiais Utilizados

- Tubo Diafragma;
- Quadro de Pressões – Manômetro;
- Água;
- Régua;
- Termômetro.

14.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução

Esse experimento tem como finalidade comparar os valores das vazões obtidos de forma empírica (resultados obtidos na prática) e valores que são mencionados pela literatura (pesquisas realizadas por outros autores), mostrando que entre esses dois métodos existem diferença devido à imprecisão dos materiais que são utilizados para aferição e as características existentes entre tubos de mesmo material. Para efeito de



comparação, utilizamos as vazões (uma obtida pelo método empírico, e outra de acordo com a literatura) para contrapor essa diferença.

14.1.4 Viscosidade Cinemática do Fluido (Água)

Durante a realização dos processos laboratoriais, é possível aferir a temperatura da água a qualquer momento. Utilizando um termômetro, obtém-se uma temperatura. Supondo ter obtido uma temperatura igual 24°C, na literatura adotada para a determinação da Viscosidade Cinemática do Fluido (Venancio, 2009) tem-se o seguinte quadro:

Quadro 1 – Quadro Comparativo entre temperatura e Viscosidade Cinemática

Temperatura (°C)	Viscosidade Cinemática ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)
0	1,785
4	1,558
5	1,519
10	1,308
15	1,140
20	1,003
25	0,893
30	0,801
40	0,658
50	0,553
60	0,474

Fonte: Propriedades da Água, Salatiel Venâncio, 2009.

Com o quadro que relaciona temperatura com a Viscosidade Cinemática, observa-se que a temperatura de 24°C não está presente para uma substituição direta, para isso, é necessário realizar uma interpolação para determinar a Viscosidade Cinemática do Fluido. Sendo assim, tem-se:



$$\frac{24 - 20}{\nu - 1,003 \cdot 10^{-6}} = \frac{25 - 20}{0,893 \cdot 10^{-6} - 1,003 \cdot 10^{-6}}$$
$$\frac{4}{\nu - 1,003} = \frac{5}{0,893 \cdot 10^{-6} - 1,003 \cdot 10^{-6}} \rightarrow -0,44 \cdot 10^{-6} = 5\nu - 5,015 \cdot 10^{-6}$$
$$\therefore 5 \cdot \nu = 4,575 \cdot 10^{-6}$$
$$\therefore \nu = 9,15 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

14.1.5 Vazão Teórica

Utilizando uma tubulação com um diâmetro de sua face transversal de 7,8 cm, com um $K_{teórico} = 0,676$, $M = 0,45$ e $g = 9,81 \text{ m}^2/\text{s}$. Observa-se que o manômetro mediu dois níveis, indicando que sua diferença de pressão na tubulação se dá pela diferença desses níveis;. Seja $\Delta h = 0,026 \text{ m}$ e substituindo esses valores na formula a seguir:

$$Q_{teórico} = K_{teórico} \cdot M \cdot \delta \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$
$$Q_{teórico} = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \frac{\pi \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,026}$$
$$Q_{teórico} = 3,685 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

14.1.6 Número de Reynolds

Com a vazão teórica calculada previamente e com o diâmetro de 7,8 cm aferido anteriormente faz a divisão dessa vazão (Q_t) pela área da seção transversal (δ) para determinar a velocidade do fluido na tubulação:

$$V = \frac{Q_t}{\delta} \therefore V = \frac{3,685 \cdot 10^{-3}}{\frac{\pi \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4}} = 0,771 \text{ m/s}$$

Para o cálculo do Número de Reynolds e a determinação do regime de escoamento, necessita-se da velocidade ($V = 0,771 \text{ m/s}$), do Diâmetro ($\phi = 7,8 \text{ cm} = 0,078 \text{ m}$) e da Viscosidade Cinemática ($\nu = 9,15 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$), com todos eles calculados previamente, substitui-se na fórmula, de forma que:

$$Rey = \frac{V \cdot \phi}{\nu} = \frac{0,771 \cdot 0,078}{9,15 \cdot 10^{-7}}$$

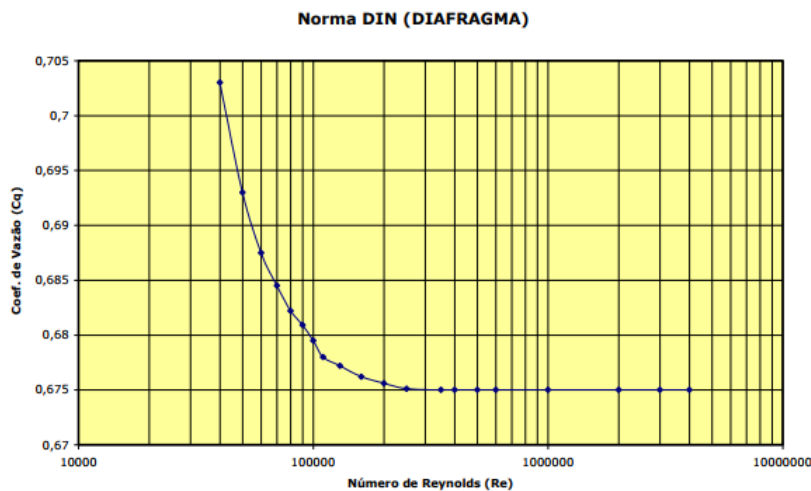
$$Rey = 65724,59016$$

14.1.7 Determinação do K_{real} sando o Número de Reynolds

Observando que o número de Reynolds superou o maximo necessário para que o sistema seja considerado como um regime de escoamento laminar, o número de Reynolds classifica então que o regime de escoamento é turbulento.

O número de Reynolds, além de indicar o regime de escoamento do sistema, é utilizado para definir o Coeficiente “K” do tubo pelo gráfico (que pode ser fornecido pelo fabricante do material ou por referências bibliográficas). Utilizando o gráfico logarítmico da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF, 2012) (Figura 24), podemos determinar o K_{real} do aparelho utilizado.

Figura 24 – Gráfico de Coeficientes de Vazão em função do número de Reynolds



Fonte: Hidráulica Geral Prática, UFJF.

Sabendo que o número de Reynolds está na casa dos 65.000, utiliza-se o gráfico para obter o valor do K_{real} como sendo 0,685. Pode-se observar uma diferença direta entre os valores de K , tem-se que o $K_{teórico} = 0,676$ e o $K_{real} = 0,685$. Fazendo a seguinte proporção de diferença entre os coeficientes K teórico e real:



$$\frac{0,676}{0,685} = \frac{100\%}{x} \therefore 0,676x = 100 \cdot 0,685$$

$$x = 101,331\%$$

Tem-se que o coeficiente K_{real} é 1,331% maior que o valor do coeficiente $K_{teórico}$.

14.1.8 Vazão Real

Para o cálculo da vazão, é utilizado o $K_{real} = 0,685$ que teve sua obtenção previamente demonstrada, uma tubulação com diâmetro de 7,8 cm, mesmo $M = 0,45$ e de mesmo $\Delta h = 0,026$ m. Sendo $d_{hg} = 13,6$ e $g = 9,81$ m/s², é realizado o cálculo da vazão real:

$$Q_{real} = K_{real} \cdot M \cdot \delta \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

$$Q_{real} = 0,685 \cdot 0,45 \cdot \frac{\pi \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,026}$$

$$\therefore Q_{real} = 3,734 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Comparando as duas vazões calculadas ($Q_{real} = 3,734 \cdot 10^{-3}$ m³/s e $Q_{teórica} = 3,685 \cdot 10^{-3}$ m³/s), é observado que a vazão real se apresenta com maior valor quando comparado com a teórica, para saber o quão a vazão real é maior que a vazão teórica é utilizado uma regra de três simples para determinar:

$$\frac{3,685 \cdot 10^{-3}}{3,734 \cdot 10^{-3}} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = 101,331\%$$

Tem-se então que a Vazão Real é 1,331% maior que a Vazão Teórica.



14.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS TRÊS RESERVATÓRIOS

14.2.1 Objetivos

- Calcular a vazão dos reservatórios quando A e B são abastecedores;
- Visualizar o sistema quando o reservatório A é abastecedor e o B é receptor;
- Calcular a vazão no reservatório C (receptor) nas situações acima;
- Determinar quando o reservatório B muda de abastecedor para receptor.

14.2.2 Materiais Utilizados


- Proveta Graduada (2000 ml);
- Cronômetro;
- Água;
- Reservatórios.

14.2.3 Metodologia e Exemplo de Execução

Neste experimento, são utilizados três reservatórios (A, B, C) com a finalidade de auxiliar a visualização das linhas piezométricas presentes entre cada sistema de reservação, de forma que estas linhas definirão quando um reservatório será receptor (recebe uma vazão de água) ou abastecedor (encaminha uma vazão de água).

Para mensurar essa vazão, o método utilizado é o direto, isto é, temos um tanque de dimensões conhecidas (Vol) e mensuramos em quanto tempo (t) a água preenche esse tanque (no caso, a proveta). O experimento tem início com o acionamento de um motor (uma bomba), em que direcionava o fluxo de água para os reservatórios A e B e depois para o reservatório C.

Utilizando a proveta graduada, mensura-se volumes acima de 1.000 ml para que se tenha uma divisão (e por sua vez, uma vazão) mais precisa e condizente com o real. Esse procedimento foi realizado três vezes e foi calculada uma vazão média, utilizando a



média aritmética (soma de todos os termos dividido pelo número de termos) para cada caso a seguir.

14.2.4 Reservatórios A e B São Abastecedores

No primeiro momento, a linha piezométrica encontra-se acima do reservatório B e com o reservatório C inativo ($Q_C = 0$). Para esse primeiro caso, tem-se que a vazão do reservatório B será igual à vazão do reservatório A ($Q_B = Q_A = Q$). Como exemplificado anteriormente, são medidos três volumes diferentes de água com a proveta graduada de 2000 ml durante um determinado tempo, com o objetivo de se obter a vazão pela divisão do volume pelo tempo.

Aferindo-se, então, três vezes o volume preenchido pela vazão do reservatório “A” e tempo necessário para alcançar tal volume, tem-se que: para o primeiro aferimento, um volume de 1.060 ml ($Vol_1 = 1.060 \text{ ml}$) que foi preenchido até 15,93 segundos ($t_1 = 15,93 \text{ s}$); para o segundo aferimento, $Vol_2 = 1.100 \text{ ml}$ em $t_2 = 16,76 \text{ s}$ e, para o último aferimento, $Vol_3 = 840 \text{ ml}$ em $t_3 = 12,55 \text{ s}$. Para cada caso, será calculada sua respectiva vazão em metros cúbicos por segundo (m^3/s) e, convertendo mililitros para metros cúbicos, tem-se que: $1 \text{ ml} = 10^{-6} m^3$.

$$Q_1 = \frac{Vol_1}{\Delta t_1} = \frac{1060 \cdot 10^{-6}}{15,93} \quad Q_2 = \frac{Vol_2}{\Delta t_2} = \frac{1100 \cdot 10^{-6}}{16,76} \quad Q_3 = \frac{Vol_3}{\Delta t_3} = \frac{840 \cdot 10^{-6}}{12,55}$$

$$Q_1 = 6,654 \cdot 10^{-5} m^3/s \quad Q_2 = 6,563 \cdot 10^{-5} m^3/s \quad Q_3 = 6,693 \cdot 10^{-5} m^3/s$$

A vazão desse reservatório será definida pela média aritmética entre essas 3 vazões calculadas previamente:

$$Q_{med} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3} = \frac{6,694 \cdot 10^{-5} + 6,653 \cdot 10^{-5} + 6,693 \cdot 10^{-5}}{3}$$

$$Q_{med} = 6,667 \cdot 10^{-5} m^3/s$$

14.2.5 Reservatório A é Abastecedor e Reservatório B é Receptor

No segundo momento, a linha piezométrica é encontrada abaixo do reservatório B fazendo com que o reservatório C seja abastecedor e, o reservatório A receptor. Com isso temos que a vazão do reservatório B pode ser definido como a diferença do reservatório C pelo reservatório A ($Q_B = Q_C - Q_A$).

Aferindo-se então três vezes, o volume preenchido pela vazão do reservatório “C” e o tempo necessário para alcançar tal volume, tem-se que: para o primeiro aferimento, um volume de 1.420 ml ($Vol_1 = 1420 \text{ ml}$) que foi preenchido até 12,05 segundos ($t_1 = 12,05 \text{ s}$); para o segundo aferimento, $Vol_2 = 1780 \text{ ml}$ em $t_2 = 14,58 \text{ s}$ e, para o último aferimento, $Vol_3 = 1210 \text{ ml}$ em $t_3 = 9,67 \text{ s}$.

Para cada caso, será calculada sua respectiva vazão em metros cúbicos por segundo (m^3/s) e, convertendo mililitros para metros cúbicos, tem-se que: $1 \text{ ml} = 10^{-6}m^3$.

$$Q_1 = \frac{Vol_1}{\Delta t_1} = \frac{1420 \cdot 10^{-6}}{12,05} \quad Q_2 = \frac{Vol_2}{\Delta t_2} = \frac{1780 \cdot 10^{-6}}{14,58} \quad Q_3 = \frac{Vol_3}{\Delta t_3} \\ = \frac{1210 \cdot 10^{-6}}{9,67}$$

$$Q_1 = 1,178 \cdot 10^{-4} m^3/s \quad Q_2 = 1,221 \cdot 10^{-4} m^3/s \quad Q_3 = 1,251 \cdot 10^{-4} m^3/s$$

A vazão do reservatório C é definida pela média aritmética entre essas 3 vazões calculadas previamente:

$$Q_{Cmed} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3} = \frac{1,178 \cdot 10^{-4} + 1,221 \cdot 10^{-4} + 1,251 \cdot 10^{-4}}{3} \\ Q_{Cmed} = 1,217 \cdot 10^{-4} m^3/s$$

Para esse sistema observa-se que o Reservatório “B” passará do comportamento de abastecedor para receptor quando a linha piezométrica tiver um nível menor que a do nível do reservatório.



14.3 DETERMINAÇÃO DA VAZÃO NO VERTEDOR RETANGULAR COM DUAS CONTRAÇÕES, NO VERTEDOR TRIANGULAR E NO VERTEDOR DE PAREDE ESPESSA

14.3.1 Objetivos

- Determinar a vazão no tubo diafragma;
- Determinar a vazão no vertedor retangular de duas contrações;
- Determinar a vazão no vertedor triangular;
- Determinar a vazão no vertedor retangular de parede espessa;
- Comparar as vazões em termos de erro nos vertedores acima.

14.3.2 Materiais Utilizados

- Água;
- Régua;
- Tubo Diafragma;
- Vertedor triangular;
- Vertedor retangular;
- Vertedor retangular de parede espessa;
- Vertedor retangular de duas contrações;
- Quadro de pressões – Manômetro tipo U.

14.3.3 Metodologia e Exemplo de Execução

O início de todo o experimento dá-se com o acionamento do motor/bomba, que levou ao escoamento do fluido (no caso, a água) através do duto de seção transversal circular, supondo que de diâmetro (\emptyset) seja igual a 7,8 cm. Com o auxílio de um medidor de pressão, um manômetro tipo U, verifica-se a diferença de pressão entre as regiões anterior e posterior ao diafragma ($\Delta h = h_2 - h_1$).



O sistema hidráulico em questão, é composto por três vertedores, que são utilizados na aglomeração de água à montante, sendo que o primeiro vertedor possui seção transversal retangular de duas contrações, o segundo vertedor possui seção transversal triângulo-retangular e o terceiro vertedor possui seção transversal retangular sem contrações.

14.3.4 Vazão Real

Para o cálculo da vazão no tubo diafragma, utiliza-se as aferições dos níveis do manômetro posicionados nas extremidades do tubo. Supondo que, com a aferição, tenha se obtido o primeiro nível $h_1 = 11,1 \text{ cm}$ e o segundo nível $h_2 = 10,6 \text{ cm}$. Chega-se, assim, à variação dos níveis dos manômetros em metros:

$$\Delta h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Determinada a variação dos níveis de pressão nas extremidades do tubo, adotando os valores de $K = 0,676$, $M = 0,45$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $d_{Hg} = 13,6$ e o diâmetro do tubo sendo $\varnothing = 7,8 \text{ cm}$, adota-se a fórmula para o cálculo da vazão no tubo diafragma:

$$Q_R = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$
$$Q_R = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \left(\pi \cdot \frac{(7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4} \right) \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}$$
$$Q_R = 1,616062 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

14.3.5 Vazão no Vertedor Retangular de Duas Contrações

Supondo que primeiro vertedor do sistema hidráulico possua uma seção retangular de duas contrações, em que cada contração possui largura de 2,4 cm e a largura do reservatório possui 20,5 cm. Tendo esses valores aferidos, pode-se calcular a largura da soleira:

$$L = 20,5 - 2 \cdot 2,4$$

$$L = 15,7 \text{ cm}$$

Com a largura da soleira determinada, afere-se a altura de carga pela diferença de altura do nível mais alto (antes do vertedor, sendo esse 35 cm) e do nível mais baixo (depois do vertedor, sendo esse 31,5 cm), obtendo a altura de carga “H” como $H = 35 - 31,5 = 3,5 \text{ cm}$. Determinado os valores da largura da soleira (L) e da altura de carga (H), calcula-se a largura da veia líquida para o vertedor de duas contrações, sendo:

$$L' = L - \eta \cdot 0,1 \cdot H = 15,7 - 2 \cdot 0,1 \cdot 3,5 = 15,7 - 0,7$$

$$\therefore L' = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

Adota-se a fórmula “ $Q = 1,838 \cdot L' \cdot H^{3/2}$ ” para o cálculo da vazão e, utilizando os valores previamente calculados da largura da veia líquida ($L' = 0,15 \text{ m}$) e da altura de carga ($H = 3,5 \text{ cm}$), obtém-se a seguinte vazão para o vertedor de seção retangular com duas contrações:

$$Q_V = 1,838 \cdot L' \cdot H^{3/2} = 1,838 \cdot 0,15 \cdot 0,035^{3/2}$$

$$Q_V = 1,805256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Comparando os valores das vazões¹⁴ do tubo diafragma com a vazão do vertedor de seção retangular de duas contrações, tem-se que o Erro é dado por:

$$\text{Erro (\%)} = \left| \frac{Q_R - Q_V}{Q_R} \right| \cdot 100 = \left| \frac{1,61602 \cdot 10^{-3} - 1,805256 \cdot 10^{-3}}{1,616062 \cdot 10^{-3}} \right| \cdot 100$$

$$\text{Erro (\%)} = 11,71\%$$

14.3.6 Vazão no Vertedor de Seção Triangular

O segundo tipo de vertedor utilizado para esse experimento foi o Vertedor de Seção Triangular em que a sua altura de carga (H) será determinada pela variação do nível mais alto (antes do vertedor, essa aferida como 20,4 cm) com o nível mais baixo (depois

¹⁴ OBS: Quanto mais casas decimais conhecidas maior será a precisão do Erro. O ideal (quando não se tem calculadora que armazena valores) é trabalhar com 5 casas decimais.



do vertedor, essa aferida como 14,2 cm), sendo $H = 20,4 - 14,2 = 6,2 \text{ cm}$. Com a altura de carga (H) determinada, é utilizada a seguinte fórmula para o cálculo da vazão da seção triângulo-retangular:

$$Q_V = 1,4 \cdot H^{5/2} = 1,4 \cdot 0,062^{5/2}$$

$$Q_V = 1,3400076 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

A porcentagem de erro do experimento será dada pela variação da vazão do tubo diafragma pela vazão do vertedor de seção triangular, sendo esses divididos pela vazão do tubo diafragma, dada pela fórmula:

$$Erro (\%) = \left| \frac{Q_R - Q_V}{Q_R} \right| \cdot 100 = \left| \frac{(1,61602 \cdot 10^{-3} - 1,3400076 \cdot 10^{-3})}{1,61602 \cdot 10^{-3}} \right| \cdot 100$$

$$Erro (\%) = 17,08 \%$$

14.3.7 Vazão no Vertedor Retangular de Parede Espessa

Para experimento envolvendo o Vertedor Retangular de Parede Espessa realizado em dia diferente dos demais vertedores, é necessário recalcular a vazão no tubo diafragma, após o acionamento da bomba, pois as configurações e pressões hidrostáticas são passíveis de mudança. Para isso, afere-se novamente os níveis de mercúrio no manômetro do tipo U com a finalidade de determinar a vazão no tubo diafragma.

Sendo os valores para os níveis $h_1 = 10,1 \text{ cm}$ e $h_2 = 11,5 \text{ cm}$. Com isso, a diferença de altura entre os níveis do mercúrio é dada por $\Delta h = 11,5 - 10,1 = 1,4 \text{ cm}$. Sabendo que o diâmetro do tubo diafragma é $\varnothing = 7,8 \text{ cm}$ e que $K = 0,676$ e $M = 0,45$, adotando $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $d_{Hg} = 13,6$. Para o cálculo da vazão no tubo diafragma (Q_R), tem-se que:



$$Q_R = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

$$Q_R = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2\right) \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,014}$$

$$Q_R = 2,704189 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

A altura de carga é aferida como sendo $H = 15,3 - 12,0 = 3,3 \text{ cm}$. Enquanto a veia líquida possuirá a mesma largura da soleira $L' = 20,5 \text{ cm} = 0,205 \text{ m}$. Podendo calcular então a vazão da água que passa pela soleira pela fórmula previamente estabelecida:

$$Q_V = 1,838 \cdot L' \cdot H^{3/2} = 1,838 \cdot 0,205 \cdot (0,033)^{3/2}$$

$$Q_V = 2,258761 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Com o experimento refeito, obteve-se uma vazão de $Q_R = 2,704189 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, para o tubo diafragma e uma vazão no vertedor de $Q_V = 2,258761 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$. Logo, para o erro porcentual entre a vazão no vertedor pela vazão no tubo diafragma, tem-se que:

$$\text{Erro (\%)} = \frac{|2,704189 \cdot 10^{-3} - 2,258761 \cdot 10^{-3}|}{2,704189 \cdot 10^{-3}} \cdot 100$$

$$\text{Erro (\%)} = 16,47 \%$$

14.3.8 Observações sobre os Erros

Para o experimento acerca dos vertedores, os erros percentuais foram consideravelmente grandes, se comparados com outros experimentos realizados pela disciplina. No entanto, deve-se reputar que tal situação não ocorre em pequena escala como no trabalhado do laboratório; tais vertedores são implantados em canais de maior porte, para os quais não se possui um método pelo qual se obtém a vazão real do sistema.

Sendo assim, as expressões oferecidas para determinar a vazão pelos dependem de variáveis de simples extração, independentemente de onde esteja localizado o vertedor, o que leva ao desígnio da vazão sem uso de outros equipamentos, tornando aceitável o percentual de erro.



Existem considerações a respeito das causas que levaram aos erros obtidos, como o equipamento utilizado há anos, o que pode acarretar um mal funcionamento. Os erros mais sutis, por sua vez, podem ser provenientes da refração que ocorre na presença de água, fazendo com que seja realizada uma leitura equivocada, como da altura da lâmina de água.



15. BOMBAS HIDRÁULICAS

Naturalmente, a água flui de uma condição de energia maior para uma condição de energia menor. Exemplos disso são um reservatório elevado, que possui uma altura geométrica maior e um tanque de um sistema hidropneumático de pressão, nesse caso, com uma altura piezométrica maior (Jacuzzi inc., 2006).

No entanto, para fazer a água fluir de uma condição de menor energia para uma condição de maior energia – como fluir de um poço para um caixa de água elevada –, é preciso fornecer energia ao sistema e está é a função de uma bomba hidráulica¹⁵ (Jacuzzi inc., 2006).

A bomba converte a energia mecânica, que recebe do motor de acionamento, em energia cinética, em energia de pressão ou em ambas (UNESP, 201-?). E esta deve fornecer uma altura manométrica total igual à variação de altura manométrica total da água somada às perdas de carga na tubulação (JAuzzi inc., 2006).

Desta forma, sempre que houver a necessidade de aumentar a pressão de trabalho de uma substância líquida contida em um sistema, a velocidade de escoamento ou ambas, faz-se o uso de bombas hidráulicas (Rodrigues, 201-?).

As bombas hidráulicas, em razão de sua grande diversidade, ainda podem ser classificadas em turbo-bombas ou bombas centrífugas, também conhecidas como Hidro ou Rotodinâmicas; ou em bombas volumétricas, também conhecida como bomba de deslocamento positivo (UNESP, 201-?).

15.1 BOMBAS CENTRÍFUGAS

Nas bombas centrífugas, ou turbo-bombas, a ação de forças que se desenvolvem na massa do fluido, em razão da rotação do eixo no qual é acoplado o rotor dotado de pás (palhetas, hélice), gera a movimentação do mesmo. Esse eixo recebe o fluido e o expulsa

¹⁵ Para saber onde alguns tipos de bombas hidráulicas são utilizados, acesse: <http://bit.ly/2ryvykn>



por meio da força centrífuga. As bombas centrífugas dividem-se em razão da direção do movimento do fluído dentro do rotor (Rodrigues, 201-?):

- Centrífugas Radiais (puras)¹⁶: A movimentação do fluído ocorre perpendicularmente ao eixo de rotação, ou seja, do centro para a periferia do rotor;
- Centrífugas de Fluxo Misto (hélico-centrífugas): O movimento do fluído ocorre diagonalmente ao eixo de rotação;
- Centrífugas de Fluxo Axial (helicoidais): O movimento do fluído ocorre paralelamente ao eixo de rotação.

15.2 BOMBAS VOLUMÉTRICAS

Nas bombas volumétricas, também chamadas de bombas de deslocamento positivo, a movimentação do fluído dá-se pela ação do órgão de impulsão da bomba (êmbolo, engrenagens, lóbulos, palhetas), que faz com que o fluído execute o mesmo movimento a que está sujeito (Rodrigues, 201-?).

São denominadas volumétricas porque o fluído, ocupa e desocupa, de maneira sucessiva, espaços de volume conhecido da bomba. E o movimento do fluído ocorre na mesma direção das forças que a ele são transmitidas, por isso são de deslocamento positivo. As Bombas Volumétricas podem ser divididas em (Rodrigues, 201-?):

- Êmbolo ou Alternativas: membrana, pistão, diafragma;
- Rotativas: peristálticas, engrenagens, palhetas, lóbulos, parafusos, fusos, helicoidais.

15.3 BOMBA CENTRÍFUGA RADIAL

A base de funcionamento¹⁷ da bomba centrífuga está na formação de duas zonas diferenciais de pressão, uma zona de baixa pressão (zona de sucção) e uma zona de alta pressão (zona de recalque) (Rodrigues, 201-?).

¹⁶ Este é o tipo de bomba hidráulica mais usado no mundo, principalmente para o transporte de água (RODRIGUES, 201-?).

¹⁷ Antes de iniciar o funcionamento, é preciso que a tubulação de sucção e a carcaça da bomba estejam totalmente preenchidas com o fluído a ser bombeado (Rodrigues, 201-?).



Para que ocorra a formação destas zonas, é necessário que, dentro da bomba, a energia mecânica fornecida pela máquina motriz (motor ou turbina) seja transformada em energia cinética para deslocar o fluido e, posteriormente e em maior escala, em energia de pressão para adicionar energia ao fluido, fazendo com que esse vença grandes alturas (Rodrigues, 201-?).

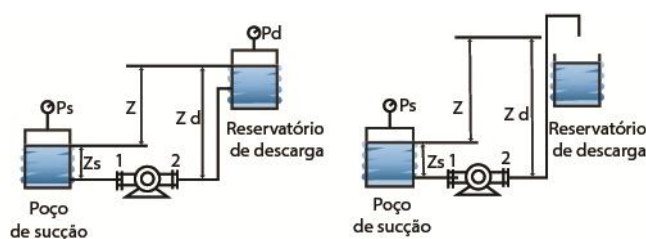
15.4 COMPONENTES DE UMA BOMBA

As partes fundamentais de uma bomba são o corpo (carcaça), que envolve o rotor, acomoda o fluido, e o orienta para a tubulação de recalque; o rotor (impelidor), que se constitui de pás (palhetas) que impulsionam o fluido e o eixo de acionamento, responsável por transmitir a força motriz ao qual está acoplado o rotor, ocasionando o movimento rotativo do mesmo (Rodrigues, 201-?).

15.5 GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DA BOMBA

Seja a Figura 25 abaixo:

Figura 25 – Sistema de Bombeamento



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UNESP (201-?).

Aplicando-se a equação de conservação de energia entre a entrada e saída da bomba, é possível calcular a energia por unidade de peso que o líquido adquire em sua passagem pela bomba, esta energia também é conhecida por altura útil de elevação (H_u) (UNESP, 201-?):

$$H_u = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1)$$

Onde:



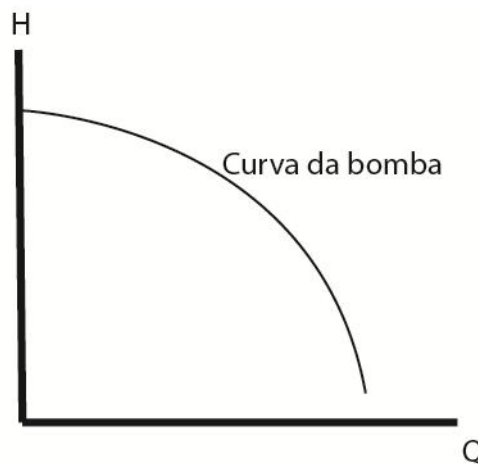
- H_u : Altura útil de elevação (m);
- P_1 : Pressão na entrada da bomba (Pa);
- P_2 : Pressão na saída da bomba (Pa);
- v_1 : Velocidade na entrada da bomba (m/s);
- v_2 : Velocidade na saída da bomba (m/s);
- γ : Peso específico do fluido (N/m³);
- g : Aceleração da gravidade (m/s²).

Sendo a energia potencial ($z_2 - z_1$) igual a zero e, normalmente, em bombas o termo da energia cinética também é desprezível (UNESP, 201-?):

$$H_u = \frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

A Figura 26 mostra a curva característica da bomba:

Figura 26 – Curva Característica da Bomba



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UNESP (201-?).

Ao passar do reservatório de sucção para o reservatório de carga, ocorre a variação final de energia por unidade de peso do líquido bombeado, também chamada altura disponível de elevação ou altura manométrica (H_{man}) (UNESP, 201-?).

$$H_{man} = \frac{P_s - P_d}{\gamma} + \frac{v_s^2 - v_d^2}{2g} + z$$

Onde:

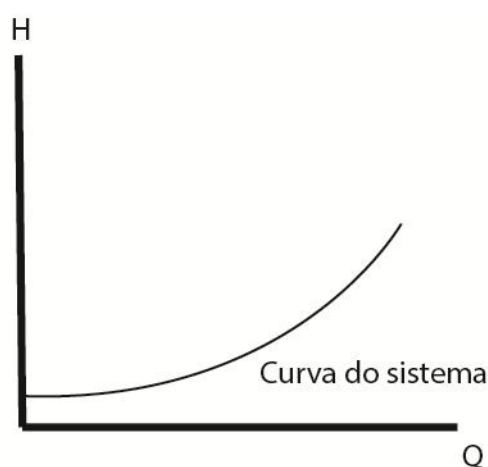
- H_{man} : Altura disponível de elevação (m);



- P_s : Pressão na sucção do sistema (Pa);
- P_d : Pressão na descarga do sistema (Pa);
- v_s : Velocidade na sucção do sistema (m/s);
- v_d : Velocidade na descarga do sistema (m/s);
- z : Diferencia de níveis entre a descarga e a sucção (m).

A curva característica do sistema de sistema de bombeamento é representada pela Figura 27:

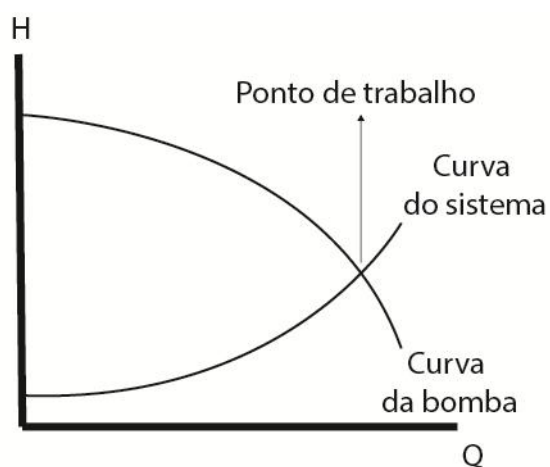
Figura 27 – Curva Característica do Sistema de Bombeamento



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UNESP (201-?).

O ponto de trabalho da bomba é o ponto de intersecção entre as curvas do sistema e a bomba (Figura 28) (UNESP, 201-?):

Figura 28 – Ponto de Trabalho





Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UNESP (201-?).

A potência útil da bomba é dada pelas seguintes fórmulas:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H_u$$

Onde:

- P : Potência útil (W)
- γ : Peso específico do fluido (N/m^3);
- Q : Vazão (m^3/s);
- H_u : Altura útil (m).

A potência mecânica que a máquina motriz, geralmente um motor elétrico entrega fornece à bomba é a potência motriz (P_m). A potência motriz fornecida por um motor de corrente contínua é (UNESP, 201-?):

$$P_m = \eta_m \cdot V \cdot I \text{ (sistema monofásico)}$$

$$P_m = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot \eta_m \text{ (sistema trifásico)}$$

Onde:

- P_m : Potência motriz (W);
- V : Tensão de linha (V);
- I : Corrente de linha (A);
- $\cos \varphi$: Ângulo entre a tensão e a corrente de fase;
- η_m : Eficiência do motor.

O rendimento da bomba η_b , por sua vez, é a relação entre a potência útil (potência fornecida ao líquido pela bomba) e a potência motriz (potência cedida à bomba pelo motor). O rendimento da bomba é dado por:

$$\eta_b = 100 \frac{P}{P_m} \rightarrow \eta_b = 100 \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_u}{P_m} (\%)$$



15.6 CAVITAÇÃO

À ebulição da água no interior de condutos, quando as condições de pressão assumem valores menores que a pressão de vaporização, dá-se o nome de cavitação. No interior de uma bomba, pelo movimento das pás, as pressões são reduzidas em razão da natureza do deslocamento, o que pode gerar a cavitação (Rodrigues, 201-?).

Caso esse fenômeno ocorra, haverá a formação de bolhas de vapor que são prejudiciais ao funcionamento da bomba. Quando alcançam zonas de alta pressão, condensam-se. Esta transformação física é brusca, o que faz com que o líquido chegue em alta velocidade à superfície do rotor, produzindo uma alta pressão em uma zona reduzida. Esta pressão pode ser maior que a resistência à tração do metal, arrancando progressivamente as partículas superficiais do rotor e inutilizando-o (Rodrigues, 201-?).

Quando ocorre a cavitação, é possível ouvir ruídos e vibrações características. O rotor e as paredes internas da bomba são desgastados até que as deformações sejam irreversíveis. Caso o problema não seja corrigido, haverá uma queda de rendimento. Em bombas, uma altura de sucção inadequada e excessivas velocidades de escoamento podem levar à cavitação (Rodrigues, 201-?).

15.7 GOLPE DE ARÍETE

A pressão produzida quando o movimento de um líquido muda bruscamente de direção, como quando um registro é fechado rapidamente ou quando há uma interrupção de energia na estação de bombeamento, é denominada golpe de Aríete (Mendonça, 2013).

15.7.1 Celeridade

Denomina-se celeridade a velocidade sobre pressão de propagação de uma onda de choque (Mendonça, 2013) e esta é determinada por meio da seguinte fórmula:

$$c = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + \left(K \frac{D}{e}\right)}}$$



Onde:

- ❖ c : celeridade em m/s;
- ❖ D : diâmetro do tubo em m;
- ❖ e : espessura da parede do tubo em m;
- ❖ K : coeficiente que depende do material do tubo.

A Tabela 8 apresenta o valor do coeficiente K para diferentes materiais:

Material	K
Aço	0,5
Ferro Fundido	1,0
Concreto	5,0
Cimento Amianto	4,4
PVC	18,0

Fonte: Associação de Bombas e Golpe de Aríete, Mendonça, [2013].

O período de duração da onda é dado pela seguinte fórmula:

$$T = \frac{2L}{c}$$

Onde:

- ❖ T : período de duração em s;
- ❖ L : comprimento da tubulação em m;
- ❖ c : celeridade em m/s.

As manobras de fechamento, por sua vez, são classificadas em lenta, quando o tempo de fechamento (t) é maior que o período de duração da onda (T), e em rápida, quando t é menor que T (Mendonça, 2013).



15.7.2 Cálculo da sobrepressão (h_a)

A sobrepressão (h_a) é calculada por meio da fórmula de Joukowsky para a manobra lenta e para a manobra rápida. Sendo a manobra lenta (Mendonça, 2013):

$$h_a = \frac{c \cdot V}{g} \cdot \frac{T}{t}$$

- ❖ h_a : sobrepressão em m²;
- ❖ c : celeridade em m/s;
- ❖ V : velocidade de escoamento em m/s;
- ❖ g : aceleração da gravidade em m/s²;
- ❖ T : período de duração em s;
- ❖ t : tempo de fechamento em s.

Quando a manobra é rápida:

$$h_a = \frac{c \cdot V}{g}$$

Quanto mais lenta é a manobra, menor é a sobrepressão (Mendonça, 2013).

15.7.3 Dispositivos de Segurança para Reduzir Danos do Golpe de Aríete

Visando a redução dos danos causados pelo golpe de Aríete, pode-se utilizar alguns equipamentos, tais como válvula antigolpe, chaminé de equilíbrio, fusível e volantes no conjunto motobomba. Os volantes, por exemplo, possuem, em seu movimento, inércia com energia que propicia que o eixo da bomba continue girando por um período de tempo, que gera uma manobra lenta (Mendonça, 2013).

15.8 DIMENSIONAMENTO ECONÔMICO DE ADUTORAS

Ao utilizar uma Bomba Hidráulica deverá ser notado pela fórmula ($Q = V \cdot A = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$) que a vazão de projeto tem que ser constante. Para isso será avaliado 3 situações:



A Primeira situação será quando a velocidade de escoamento (V) for elevada, que acarretará um diâmetro menor para que a vazão continue constante (Zocoler, 2004).

$$Q_{[constante]} = \frac{\pi}{4} \cdot V \uparrow \cdot D^2 \downarrow$$

Com um diâmetro reduzido, haverá uma maior perda de carga devido aos atritos do fluido com as paredes internas da tubulação. Essas perdas de cargas aumentam o consumo de energia necessária para que o motor bombeie essa vazão (Zocoler, 2004).

A Segunda situação será quando o diâmetro da tubulação (D) for elevada, que obrigará a adoção de uma menor velocidade de escoamento (V) para que a vazão continue constante (Zocoler, 2004).

$$Q_{[constante]} = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \uparrow \cdot V \downarrow$$

Com uma velocidade de escoamento reduzida, haverá uma economia no consumo de energia por conta da redução dos atritos do fluido com as paredes internas da tubulação (Zocoler, 2004).

Resumindo: Uma velocidade elevada faz reduzir gastos com a tubulação (pois o diâmetro será menor), porém gerará despesas adicionais pelo aumento do consumo de energia da bomba. Enquanto um diâmetro elevado faz aumentar os gastos com tubulações, porém reduz os gastos necessários para o funcionamento de uma bomba (Zocoler, 2004).

A Terceira situação é definida quando um motor consegue bombear uma vazão que possui uma velocidade escoamento e um diâmetro das suas tubulações ideais e econômicas. Essa situação é a que possuirá uma maior economia entre as demais (Zocoler, 2004).

15.8.1 Fórmula de Bresse

Os estudos de Jacques Antoine Charles Bresse (1822 – 1883) possibilitou o surgimento de uma fórmula que pudesse determinar um diâmetro econômico para as bombas hidráulicas. A Fórmula de Bresse é expressa pela equação $D = K \cdot \sqrt{Q}$ (Costa, 20??). Onde:

- ❖ D : Diâmetro Econômico;
- ❖ K : Coeficiente Variável;
- ❖ Q : Vazão Contínua de Bombeamento (m^3/s);

A Fórmula de Bresse possui utilidade prática para a maioria dos casos em que se busque a economia de projeto. No Brasil, o coeficiente K possui valores mais usuais entre 0,75 e 1,40, sendo função do projetista determinar o coeficiente mais condizente com a realidade à ser empregada. O coeficiente K é determinado por variáveis como: custo médio da tubulação, peso específico do tubo, custo médio do conjunto elevatório entre outros aspectos (Costa, 20??).

Se utilizarmos a fórmula de Bresse, determinamos que:

$$D = K \cdot \sqrt{Q} \rightarrow Q = \frac{D^2}{K^2}$$

$$Q = A \cdot V = \left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2\right) \cdot V = \frac{D^2}{K^2}$$

$$\therefore V = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{K^2}$$

Pode-se notar que para determinar a velocidade de escoamento será necessário determinar o valor desse coeficiente e vice-versa, para isso, tem-se a Tabela 9 (Costa, 20??):

Tabela 9 – Tabela Comparativa entre Velocidade e K .

Valor de K	Velocidade (m/s)	Valor de K	Velocidade (m/s)
0,75	2,264	1,10	1,052
0,80	1,989	1,15	0,963
0,85	1,762	1,20	0,884
0,90	1,572	1,25	0,815
0,95	1,411	1,30	0,753
1,00	1,273	1,35	0,699
1,05	1,155	1,40	0,650

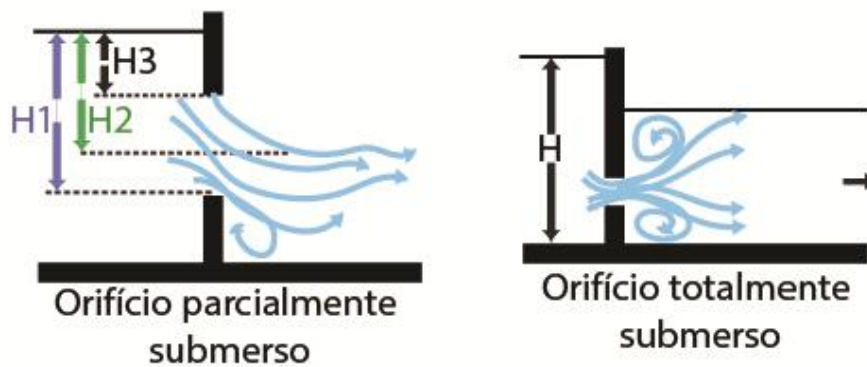
Fonte: Adaptado de Costa.

16. ORIFÍCIOS

Orifícios são aberturas de perímetro fechado e forma geométrica definida, feitas abaixo da superfície livre da água, são usados em paredes de reservatórios, de pequenos tanques, canais ou canalizações e servem para medir e controlar a vazão. Os orifícios podem ser retangulares, circulares, triangulares etc. (UFERSA, 201-?).

O escoamento da água (Figura 29), em um orifício, pode ser livre, quando esse está acima do nível da água; ou submerso, abaixo do nível da água (UFERSA, 201-?).

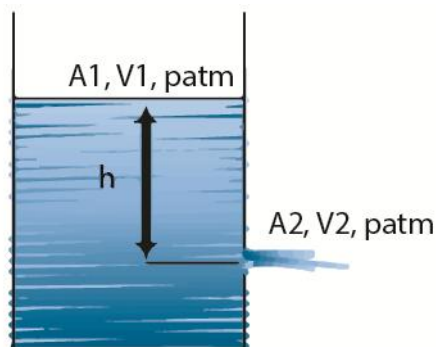
Figura 29 – Escoamento da Água em um Orifício



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

Seja a Figura 30:

Figura 30 – Velocidade Teórica da Água em um Orifício



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

Velocidade teórica da água em um orifício é dada por:

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + h = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

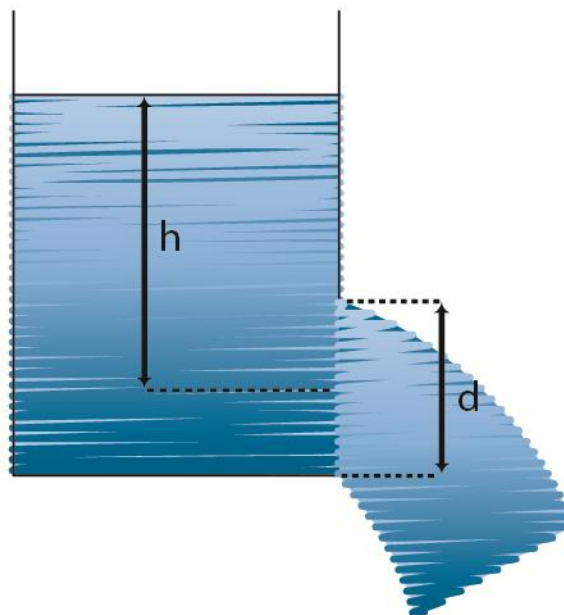
$$h = \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sendo $Q = A_2 \cdot V_2$.

Quando as dimensões de um orifício são muito menores que a profundidade em que ele se encontra, esse orifício é considerado pequeno ($d \leq h/3$). Um orifício grande, por sua vez, é aquele que possui uma altura $d > h/3$ (UFERSA, 201-?), como ilustrado pela Figura 31.

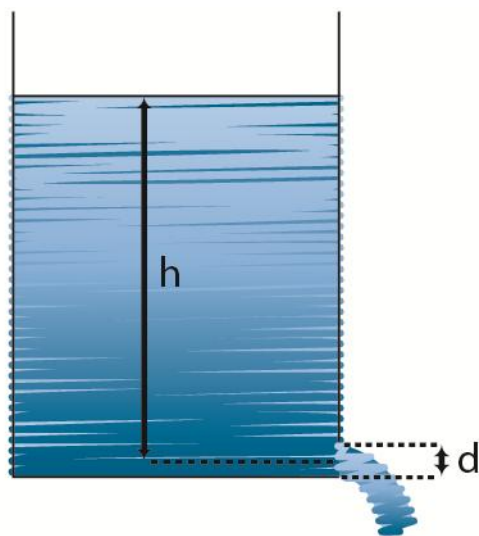
Figura 31 (a) – Orifício Grande



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).



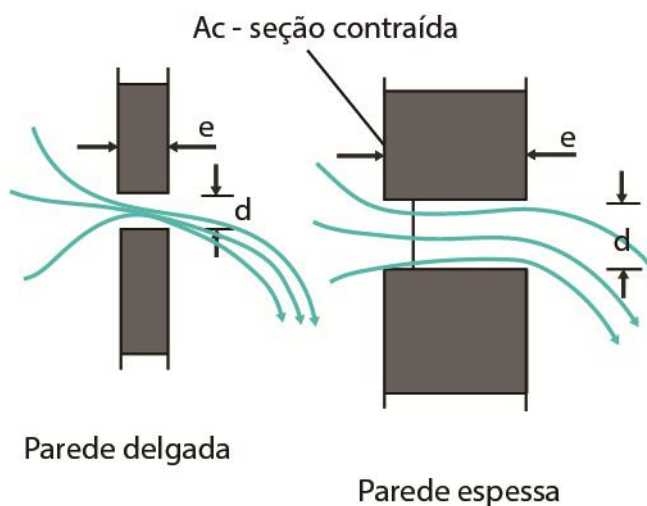
Figura 31 (b) – Orifício Pequeno



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

Os orifícios podem ser classificados ainda pela espessura da parede (Figura 32). Um orifício é classificado como de parede delgada ($e < d$) quando a veia líquida não toca mais que a face interna da parede do reservatório e, quando a veia líquida toca grande parte da face interna da parede do reservatório, o orifício classifica-se como de parede espessa ($e \geq d$) (UFERSA, 201-?, p.11-12).

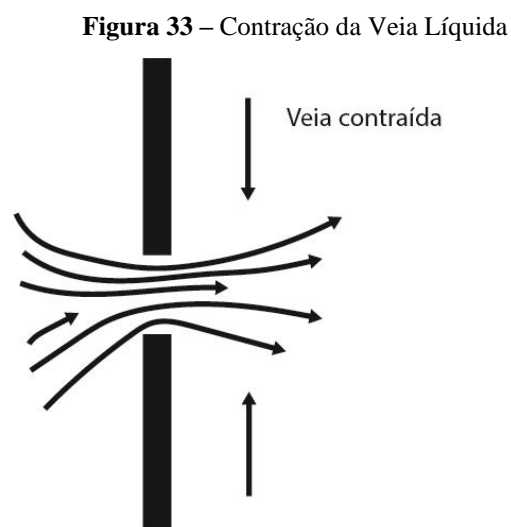
Figura 32 – Orifícios de Parede Delgada e Espessa



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Fernandes (201-?).

16.1 SEÇÃO CONTRAÍDA

Ao fluírem para o orifício, as partículas vindas de todas as direções, em trajetórias curvilíneas, atravessam a seção e mantêm a trajetória. Tais partículas não alteram bruscamente suas direções, sendo assim, o jato contrai-se um pouco além do orifício (Figura 33). Entende-se a inércia das partículas que continuam a convergir depois de tocar as bordas do orifício como a causa para isto (UFERSA, 201-?).



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

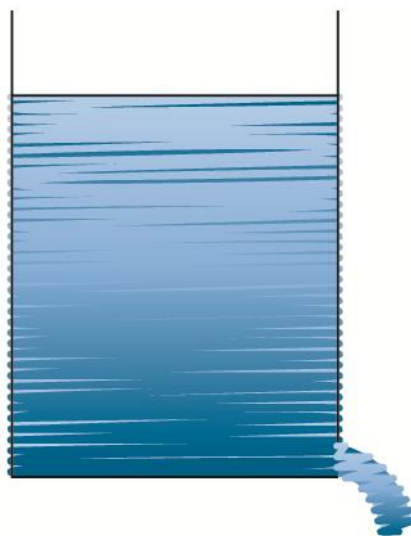
O Coeficiente de contração (C_c), que expressa a redução no diâmetro do jato, pode ser calculado por meio da divisão da área da seção contraída (A_c) pela área do orifício (A) (UFERSA, 2017):

$$C_c = \frac{A_c}{A}$$

A contração da veia líquida, como mostra a Figura 34, pode ser em todas as faces do orifício (contração completa) ou apenas em sua face superior (contração incompleta) (UFERSA, 201-?).



Figura 34 – Contração Completa e Incompleta.



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

Devido ao atrito e à viscosidade, na prática, a velocidade real (V_r) na seção contraída é menor que a velocidade teórica (V_t). A relação entre V_r e V_t chamada coeficiente de velocidade (C_v) (UFERSA, 201-?).

$$C_v = \frac{V_r}{V_t} \rightarrow V_r = C_v \cdot V_t$$

O C_v é determinado experimentalmente em função do diâmetro do orifício (D), da forma do orifício e da carga hidráulica (H). Pode-se adotar $C_v = 0,985$, na prática. O coeficiente de descarga (C_d), por sua vez, é definido como o produto entre C_v e C_c . E, para esse, adota-se $C_d = 0,61$ (UFERSA, 201-?).

Sendo assim, a velocidade real da água no ponto 2 pode ser dada por UFERSA, 201-?):

$$v_r = C_d \cdot \sqrt{2gh}$$

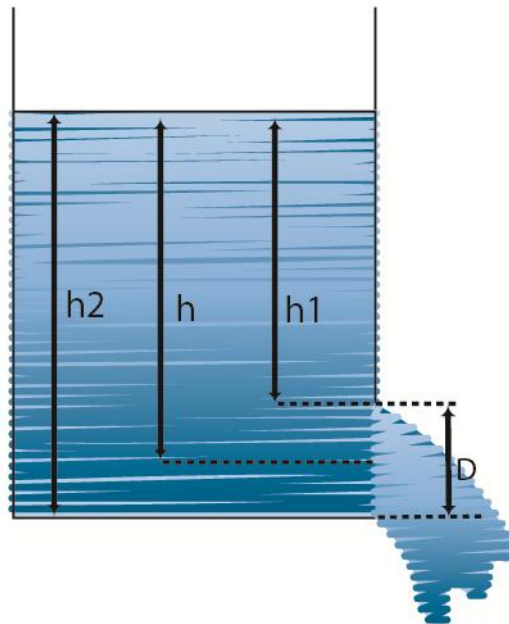
Logo, a vazão real através do orifício é dada por (UFERSA, 201-?).

$$Q = A \cdot C_d \cdot \sqrt{2gh}$$

16.2 VAZÃO EM GRANDES ORIFÍCIOS

Seja a Figura 35:

Figura 35 – Cargas



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em UFERSA (201-?).

Um orifício é dito grande quando $h < D$. Quando h_1 e h_2 são muito diferentes, usar a altura média de água h sobre o centro do orifício de diâmetro D não é aconselhável porque a velocidade da água no centro desse orifício é diferente da velocidade média do fluxo no mesmo (UFERSA, 201-?).

No entanto, em um orifício grande, é possível calcular a vazão em uma seção de área infinitesimal dS , sendo $dS = L \cdot dh$. Sendo esta seção um pequeno orifício, então é válida a seguinte equação (UFERSA, 201-?):

$$Q = C_d \cdot S \cdot \sqrt{2gh}$$

Como $S = L \cdot h$, a vazão através de dS é:

$$Q = C_d \cdot L \cdot dh \sqrt{2gh}$$



Integrando a equação acima entre os limites h_1 e h_2 , tem-se a vazão total do orifício:

$$Q = C_d \cdot L \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_{h_1}^{h_2} (\sqrt{h} \, dh)$$
$$Q = \frac{2}{3} \cdot C_d \cdot L \cdot \sqrt{2g} \cdot (h_2^{3/2} - h_1^{3/2})$$
$$Q = \frac{2}{3} \cdot C_d \cdot S \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(\frac{h_2^{3/2} - h_1^{3/2}}{h_2 - h_1} \right)$$

16.3 ESCOAMENTO COM NÍVEL VARIÁVEL

Ao esvaziar um reservatório por meio de um orifício de pequena dimensão, a altura h irá decrescer, bem como a vazão Q . Em um intervalo de tempo dt , a vazão que passa pelo orifício é dada por (UFERSA, 201-?):

$$Q = C_d \cdot S \cdot \sqrt{2gh}$$

Enquanto o volume infinitesimal será (UFERSA, 201-?):

$$v = C_d \cdot S \cdot \sqrt{2gh} \cdot dt$$

Nesse mesmo intervalo de tempo, o volume diminuirá uma altura dh que tem o seguinte volume correspondente (UFERSA, 201-?):

$$dv = A_r \cdot dh$$

Onde:

- S : Área do orifício (m^2);
- A_r : Área do reservatório (m^2);
- t : Tempo necessário par o esvaziamento (s).



Igualando as equações que fornecem o volume, é possível determinar dt (UFERSA, 201-?):

$$A_r \cdot dh = C_d \cdot S \cdot \sqrt{2gh} \cdot dt$$

$$dt = \frac{A_r \cdot dh}{C_d \cdot S \cdot \sqrt{2gh}}$$

Integrando a equação acima entre os limites h_1 e h_2 , tem-se t:

$$t = \frac{A_r}{C_d \cdot S \cdot \sqrt{2g}} \cdot \int_{h_2}^{h_1} (h^{-1/2} dh)$$

$$t = \frac{2A_r}{C_d \cdot S \cdot \sqrt{2g}} \cdot (h_1^{1/2} - h_2^{1/2})$$

Quando o reservatório é completamente esvaziado, $h_2 = 0$ e $h_1 = h$:

$$t = \frac{2A_r}{C_d \cdot S \cdot \sqrt{2g}} \cdot \sqrt{h}$$

Esta expressão é aproximada porque, quando $h < 3D$, o orifício não é mais considerado pequeno (UFERSA, 201-?).

De forma simplificada, o tempo necessário para que um reservatório de área constante seja esvaziado por meio de um orifício pequeno, pode ser estimado por meio da seguinte equação (UFERSA, 201-?):

$$t = \frac{2 V_i}{Q_i}$$

Onde:

- V_i : Volume inicial de líquido contido no reservatório (m^3);
- Q_i : Vazão inicial que ocorre quando $h = h_i$ (altura de água no início do esvaziamento) (m^3/s).



17. FÓRMULA DE MANNING PARA GALERIAS E CANAIS

No Brasil, nos Estados Unidos e demais países de língua inglesa, a fórmula experimental do engenheiro irlandês R. Manning (1816-1897), elaborada em 1891, é a mais conhecida para o dimensionamento de condutos livres. Na Europa, usa-se uma fórmula similar, a fórmula de Strickler (Tomaz, 2013).

Em grandes obras como canais e rios, os cálculos são baseados na fórmula de Manning e um dos motivos para tal é a facilidade para determinar a rugosidade de Manning em comparação com a fórmula de Darcy-Weisbach (Tomaz, 2013).

Tendo conhecimento do comprimento, determina-se o escoamento em galerias, canais e sarjetas pela fórmula de Manning e obtém-se também o tempo de escoamento da água de chuva, chamado de tempo de trânsito, ou, em inglês, “Travel Time” (Tomaz, 2013).

Para qualquer seção de canal ou tubulação, a fórmula de Manning é a seguinte (Tomaz, 2013):

$$V = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

Onde:

- ❖ V : Velocidade média na seção (m/s);
- ❖ n : Coeficiente de Manning tem as dimensões $TL^{-1/3}$;
- ❖ R : raio hidráulico (m);
- ❖ S = declividade (m/m).

A inicial “S” vem da palavra inglesa Slope que quer dizer declividade (Tomaz, 2013).

É necessário ter alguns cuidados ao aplicar a fórmula de Manning, que deve ser aplicada para regime turbulento e somente é válida quando (Tomaz, 2013):

$$n^6 \cdot (R \cdot S)^{0,5} \geq 1,9 \cdot 10^{-13}$$



A relação entre a área molhada (m^2) e o perímetro molhado (m) é o raio hidráulico (m) (Tomaz, 2013):

$$R_h = \frac{\text{Área molhada}}{\text{Perímetro molhado}}$$

O raio hidráulico também pode ser calculado pela equação de Manning da seguinte forma, retirando o valor de R (Tomaz, 2013):

$$R_h = \left(\frac{V \cdot n}{S^{1/2}} \right)^{3/2}$$

Para micro e macrodrenagem¹⁸, a equação de Manning também é utilizada (TOMAZ, 2013).

17.1 RELAÇÃO ENTRE A EQUAÇÃO DE DARCY-WEISBACH E A EQUAÇÃO DE MANNING

Seja a fórmula de Darcy-Weisbach:

$$hf = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_m^2}{g} \cdot f \cdot \frac{L}{D_h}$$

Onde D_h é o diâmetro hidráulico em m e esse é definido como quatro vezes o raio hidráulico (Tomaz, 2013):

$$D_h = 4 \cdot R_h$$


Para um tubo pressurizado (Tomaz, 2013):

$$R_h = \frac{PI \cdot \left(\frac{D^2}{4} \right)}{PI \cdot D} = \frac{D}{4}$$

Então:

$$D_h = 4 \cdot R_h = 4 \cdot \frac{D}{4} = D$$

¹⁸ No entanto, a fórmula de Colebrook-White também pode ser utilizada. Veja a fórmula em: <http://bit.ly/2IyOXfx>



Desta forma, para um canal, a equação de Darcy-Weisbach é (Tomaz, 2013):

$$hf = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_m^2}{g} \cdot f \cdot \frac{L}{4 \cdot R_h}$$

E assim chega-se à seguinte equação (Tomaz, 2013):

$$\left(\frac{8g}{f}\right)^{1/2} = \frac{R_h^{1/6}}{n}$$

17.2 COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING

Para avaliar a capacidade de tubo, é importante que seja feita a correta escolha do seu coeficiente de rugosidade. Adotar um valor excessivo para esse coeficiente é antieconômico e resulta na determinação errada do tubo, enquanto um valor baixo pode resultar em um tubo hidraulicamente inadequado (ABTC, 2004).

Encontrar valores corretos para o coeficiente de rugosidade é o objetivo de contínuas pesquisas e, como resultado das mesmas, uma grande quantidade de dados está disponível, bem como novos valores para tubos de diferentes materiais (ABTC, 2004).

Por meio de testes realizados em laboratórios, estabeleceram-se os valores de Manning. No entanto, esses testes utilizaram água limpa e tubulações de seções retas e sem curvas, sem levar em consideração aberturas, poços de visita, fissuras ou outra forma de obstrução. Sendo assim, os valores de Manning nos testes e os valores utilizados para cálculo são diferentes (ABTC, 2004).

Resultados de laboratórios indicaram que os tubos de paredes corrugadas, dos tubos de metal corrugado, tinham um coeficiente de Manning aproximadamente 2,5 a 3 vezes maior que os tubos de paredes lisas. O coeficiente de Manning para tubos de paredes lisas variavam de 0,009 a 0,010. Historicamente, os engenheiros calculistas utilizavam o coeficiente variando de 0,012 a 0,013 e esse fator de 20 a 30% leva em conta a diferença entre testes laboratoriais e condições reais de instalação e uso (ABTC, 2004).

“Para que a comparação seja consistente entre os diversos materiais é necessário que os coeficientes de Manning de laboratório sejam majorados pelo mesmo fator” (ABTC, 2004, p. 5). Exemplos de valores de cálculo são expressos pela Tabela 10:



Tabela 10 – Valores de Manning

Tipos de Tubo	Valores de Laboratório	Valores de Projeto	
		Drenagem	Esgoto
Concreto	0,009 - 0,011	0,012	0,013
Plástico	0,009	0,012	0,013
Cimento Amianto	0,01	0,012	0,013
Ferro Fundido/Ferro Flexível	0,01	0,012	0,013
Metal Corrugado	-	-	-
5 - 3,33 x 1,25	0,024	0,029	
7 x 2,5	0,027	0,032	
15 x 5	0,033	0,04	
Placa Reestrutural			
25,5 x 5 - 1,25	0,009	0,012	
Placa Estrutural			

Fonte: História da Pesquisa dos Valores do Coeficiente de Manning, ABTC, 2004.

17.2.1 Vazão de Kutter

Em 1870, a fórmula de Kutter foi desenvolvida. Esta fórmula foi utilizada durante muitos anos no cálculo das vazões para o dimensionamento de tubos. O coeficiente de rugosidade utilizado nesta fórmula é conhecido como “valores de Kutter” (ABTC, 2004).

$$Q = \frac{(1,46 \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}})}{K}$$

- ❖ Onde:
- ❖ Q : Vazão do tubo (m³/s);
- ❖ A : Área de seção transversal (m²);
- ❖ S : coeficiente de declividade do tubo (m/m);
- ❖ K : coeficiente de rugosidade para cada tipo de material constituinte do tubo;
- ❖ R : Raio hidráulico (área de seção transversal dividida perímetro molhado do tubo) (m).

17.2.2 Pesquisa Acerca do Coeficiente de Rugosidade de Manning

O uso dos valores de Kutter passou a ser questionado a partir do momento em que a fórmula de Manning passou a ser uso comum. Na universidade de LOWA, antes de 1924, foram realizadas 1.480 experiências hidráulicas laboratoriais em tubos de concreto, aço corrugado e cerâmica com diâmetros de 300, 450, 600 e 750 mm, a fim de fornecer dados a respeito desta controvérsia (ABTC, 2004).

Em 1926, os resultados dos testes foram publicados pela universidade no artigo intitulado “A Vazão da Água através de Galerias” (ABTC, 2004) e estão expressos na Tabela 11:

Tabela 11 - Coeficiente de Kutter e Coeficiente de Manning

Coeficiente de Kutter			
Diâmetro	Concreto	Cerâmico	Metal
300	0,0117	0,0101	0,0194
450	0,0121	0,0119	0,0217
600	0,013	0,0127	0,0216
750	0,0127	0,0131	0,0232
Coeficiente de Manning			
Diâmetro	Concreto	Cerâmico	Metal
300	0,0119	0,0098	0,0228
450	0,0121	0,0118	0,0248
600	0,013	0,0125	0,0239
750	0,0125	0,0131	0,0254

Fonte: História da Pesquisa dos Valores do Coeficiente de Manning, ABTC, 2004.

Após publicação dos resultados dos testes, o valor de Manning foi reavaliado por muitos calculistas, que passaram a utilizar 0,013 para tubos de paredes lisas e 0,024 para tubos de paredes rugosas. Esses valores não foram aceitos por todos os calculistas e alguns começaram a usar 0,015 para tubos de concreto e cerâmica. Enquanto isso, fabricantes de tubos de metal corrugado defenderam o valor de 0,021 para os seus tubos (ABTC, 2004).

17.2.3 Coeficiente de Rugosidade de Manning para Tubos de Concreto e de PVC

Em 1980, o Laboratório Hidráulico T. Brench do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Alberta realizou testes com tubos de concreto e tubos plásticos. O resultado desses testes foi apresentado por D.K, A W Peterson e N. Rajaratnam no trabalho intitulado “O Estudo do Coeficiente de Rugosidade de Manning entre Tubos de Concreto e de Plástico”, publicado em 1986 (ABTC, 2004).

Os tubos de concreto tinham diâmetros comerciais de 200, 250 e 375 mm, enquanto os tubos plásticos PVC tinham diâmetros de 200, 450 e 500 mm, com água limpa e alinhamento reto. O valor médio do coeficiente de Manning obtido para os tubos de concreto foi de 0,010 e, para os tubos de PVC, 0,009 (ABTC, 2004), conforma a Tabela 12.

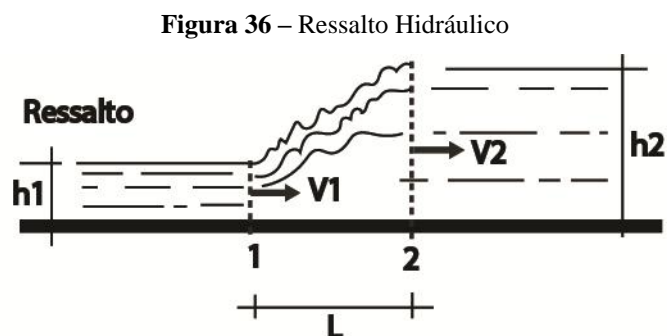
Tabela 12 – Resultado dos Testes Realizados pela Universidade Alberta em 1986

Tipo de Seção do Tubo	Nº de Testes	Valores de Manning		
		Máx.	Mín.	Méd.
200 mm PVC	63	0,0115	0,008	0,0088
250 mm PVC	60	0,0104	0,0077	0,0089
450 mm PVC	62	0,0096	0,0073	0,0091
Grupo PVC	185	0,0115	0,008	0,0088
200 mm Concreto	58	0,0138	0,0092	0,0101
250 mm Concreto	61	0,0136	0,0087	0,0098
375 mm Concreto	60	0,0116	0,0076	0,0097
Grupo Concreto	179	0,0138	0,0076	0,0099

Fonte: História da Pesquisa dos Valores do Coeficiente de Manning, ABTC, 2004.

18.RESSALTO HIDRÁULICO

O ressalto hidráulico (Figura 36) é um fenômeno que ocorre durante a mudança do regime supercrítico (torrencial) para o regime subcrítico (fluvial) e caracteriza-se por uma abrupta elevação do nível da água de escoamento (Silveira, 2015).



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Silveira (2015).

Em virtude do aumento do nível de água, forma-se uma onda estacionária que é instável devido à turbulência que provoca grande perda de carga no escoamento (Silveira, 2015).

Há dois tipos de ressalto hidráulico: o salto elevado, que possui um grande turbilhonamento, fazendo com que certa porção do líquido role contra a corrente e o de superfície agitada, sem redemoinho e sem retorno do líquido, que ocorre quando a profundidade inicial não se encontra muito abaixo do valor crítico. O ressalto hidráulico classifica-se em ressalto estacionário, fraco, ondulado e oscilante (Figura 37) (Silveira, 2015).



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Silveira (2015).



No ressalto hidráulico, para um canal retangular, as diferenças de altura são calculadas da seguinte forma (Silveira, 2015):

$$h_r = h_2 - h_1$$

Ou

$$y_r = y_2 - y_1$$

As alturas h_1 e h_2 , para um canal retangular, são definidas como (Silveira, 2015):

$$h_1 = -\frac{h_2}{2} + \sqrt{\frac{2 \cdot v_2^2 \cdot h_2}{g} + \frac{h_2^2}{4}}$$

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{2 \cdot v_1^2 \cdot h_1}{g} + \frac{h_1^2}{4}}$$

Por ser um conduto aberto, para determinar a perda de carga, aplica-se a equação de Bernoulli (Piza, 2013):

$$h_f = \Delta H = H_1 - H_2$$

$$\Delta H = \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

Visando a determinação do comprimento do ressalto, vários testes foram feitos. No entanto, os resultados obtidos foram pouco precisos. A baixo, estão as fórmulas obtidas por cada autor:

- Safranec: $L_r = 5,2 \cdot h_2$;
- Smetana: $L_r = 6,02 \cdot h_r$;
- Douma: $L_r = 3 \cdot h_2$;
- USBR: $L_r = 6,9 \cdot h_r$.

18.1 Energia Específica e Ressalto Hidráulico

Introduzido inicialmente por Bakmeteff, tendo como referência o plano horizontal passando pelo fundo do canal, a energia específica é a energia disponível em uma seção, ou seja, a distância vertical do fundo do canal até a linha de energia (Costa et al., 2016).



“Para a seção de um canal em escoamento retilíneo, a energia específica (E_e) é dada pela soma da altura de água (h) e da energia cinética ($\alpha \frac{V^2}{2g}$)” (Costa et al., 2016, p. 3):

$$E_e = h + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

Onde α é o coeficiente de Coriolis, que será considerado unitário para melhor compressão do conceito de energia específica. Por meio da Equação da continuidade, tem-se que $Q = v.A$ e a Equação 1 pode ser reescrita da seguinte forma (Costa et al., 2016):

$$E_e = h + \alpha \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \quad (2)$$

A fim de se realizar uma análise gráfica da energia específica, além considerar $\alpha = 1$, considera-se também que o escoamento se dá em um canal retangular de área $A = b \cdot h$. Sendo assim, tem-se que a vazão unitária (q) é igual a (Costa et al., 2016):

$$q = \frac{Q}{b} = v \cdot h \quad (3)$$

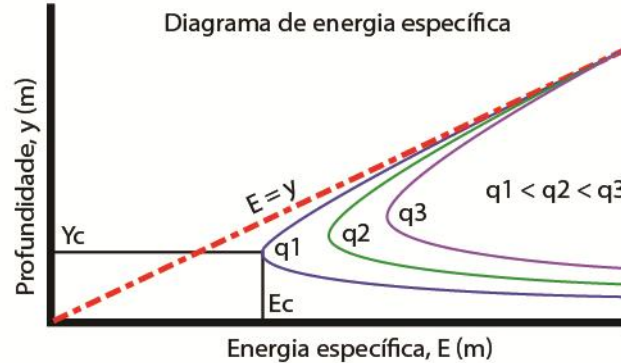
Desta forma, pode-se reescrever a Equação 1 como:

$$E_e = h + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot h^2} \quad (4)$$

A partir da equação 4, traça-se um gráfico, representado por uma curva hiperbólica, da altura da água variando em função da energia específica ($h \times E$), assim como mostra a Figura 38.



Figura 38 – Gráfico h x E



Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Costa *et al.* (2016).

Observando o gráfico acima, percebe-se que, para um mesmo valor de energia específica, há escoamentos com diferentes alturas de água, com exceção do menor valor de energia específica que possui apenas h_c como correspondente (Costa *et al.*, 2016).

A profundidade crítica é a altura de água h_c que se relaciona ao menor valor de energia específica e esta é a fronteira da curva, que a divide em razão do tipo de escoamento no canal. O escoamento do h_c é denominado subcrítico, lento ou fluvial, enquanto o escoamento onde a profundidade é menor que h_c é dito supercrítico, rápido ou torrencial (Costa *et al.*, 2016).

É importante ressaltar que, quanto maior a vazão unitária, maior será a energia específica mínima no canal e maior será a sua profundidade (Costa *et al.*, 2016).

As seguintes expressões representam a energia específica crítica e a profundidade crítica em um regime crítico:

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right) \tag{5}$$

Utilizando as equações 4 e 5, tem-se que:

$$E_c = \frac{2}{3} h_c \tag{6}$$



O estudo da força específica é de suma importância para a compreensão do ressalto hidráulico, afinal, esse fenômeno relaciona as alturas conjugadas para um dada geometria e vazão no canal (Costa *et al.*, 2016).

“Para se chegar na expressão da força específica, utiliza-se o teorema da quantidade de movimento, onde a resultante de todas as forças que atuam sobre o volume de controle é igual ao fluxo da quantidade de movimento através da superfície de controle” (Costa *et al.*, 2016, p. 5).

Desta maneira, chega-se à equação:

$$\frac{Q^2}{g \cdot A_1} + y_1 \cdot A_1 = \frac{Q^2}{g \cdot A_2} + y_1 \cdot A_2 \quad (7)$$

Sendo assim, a força específica é:

$$M_{(y)} = \frac{Q^2}{g \cdot A} + y \cdot A \quad (8)$$

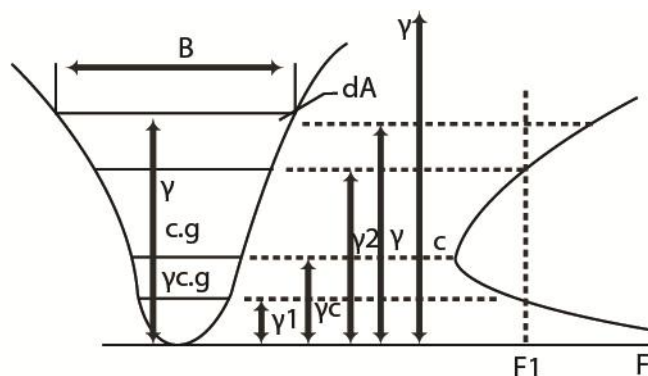
Onde:

- ❖ Q : vazão volumétrica (m³/s);
- ❖ g : aceleração da gravidade (m/s²);
- ❖ A : área molhada (m²);
- ❖ y : distância entre a superfície livre e o centro de gravidade da seção de área molhada (m).

Para uma dada geometria e vazão no canal, a Figura 39 apresenta um gráfico de altura de água (h) versus força específica (M):



Figura 39 – Gráfico $h \times M$



Fonte: Fonte: Wilker de Oliveira Paniago baseado em Costa *et al.* (2016).

“Analogamente à energia específica, pode-se observar que, para um valor mínimo de M , tem-se uma profundidade crítica h_c e que, para cada valor de força específica, que não seja a mínima, existem dois valores diferentes de alturas de água” (Costa *et al.*, 2016, p. 5).



19. EXPERIMENTOS

Abaixo estão experimentos relacionados à vazão a serem realizados no laboratório de hidráulica, bem como os objetivos de cada um deles, a metodologia e os materiais necessários para executá-los.

19.1 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE DESCARGA, CONTRAÇÃO E VELOCIDADE NO ORIFÍCIO DE FUNDO

19.1.1 Objetivos

- Determinação do Coeficiente de Forma (K);
- Determinação da Vazão no Tubo Diafragma (Q_{real});
- Determinação do Coeficiente de Descarga (cd');
- Cálculo da Vazão Teórica ($Q_{teórica}$);
- Cálculo do Coeficiente de Velocidade e Coeficiente de Contração.

19.1.2 Materiais Utilizados

- Água;
- Régua;
- Tubo diafragma;
- Quadro de pressões - manômetro tipo u;
- Canal retangular com comporta de fundo.

19.1.3 Metodologia e Exemplo de Execução

Esse experimento tem como objetivo determinar os coeficientes de descarga (cd'), o coeficiente de contração (C_C) e coeficiente de velocidade (C_V) para o fluido que passa por um orifício de seção retangular de um canal.



Primeiramente é necessário calcular a vazão do fluido no tubo diafragma e o coeficiente de forma desse orifício de seção retangular (K). Com o auxílio do manômetro podemos calcular o coeficiente de descarga teórica (cd') e corrigi-lo com o coeficiente de forma (K) para calcular o coeficiente de forma corrigido (cd).

Com o coeficiente de descarga corrigido (cd), é calculado a Vazão Teórica (Q_T) que será utilizada posteriormente para os cálculos do coeficiente de contração (C_C) e coeficiente de velocidade (C_V).

19.1.4 Coeficiente de Forma

O início do experimento dá-se com o acionamento do motor/bomba, que leva ao escoamento do fluido (no caso, a água) através do duto de seção transversal circular de diâmetro (\emptyset) igual a 7,8 cm. O fluido passa por um orifício de seção transversal retangular com dimensões, supondo esse com dimensões $l = 20,5$ cm por $h = 3,5$ cm; deste forma, tendo esse orifício uma área:

$$A_{or} = l \cdot h = 3,5 \cdot 20,5 = 71,75 \text{ cm}^2$$

O Coeficiente de Forma (K) é calculado através da divisão entre o perímetro da parte sem contração ($2h + l$) pelo perímetro do orfício ($2h + 2l$), que nesse caso é dado por:

$$K = \frac{2h + l}{2h + 2l} = \frac{2 \cdot 3,5 + 20,5}{2 \cdot 3,5 + 2 \cdot 20,5}$$

$$K = 0,5721966$$

19.1.5 Vazão no Tubo Diafragma (Q_{real})

O Manômetro do Tipo U é utilizado para a obtenção da diferença de pressão entre dois pontos no sistema hidraulico, durante essa aferição, estando o primeiro nível a 15,1 cm (0,151 m) e o segundo a 6,1 cm (0,061 m), então $\Delta h = h_1 - h_2 = 0,151 - 0,061 = 0,09 \text{ m}$.



Para que se possa calcular a vazão pela fórmula à baixo, é necessário conhecer as demais propriedades $K = 0,676$; $S_0 = \pi \cdot \frac{(7,8 \cdot 10^{-2})^2}{4}$; $d_{Hg} = 13,6$; com esses valores, tem-se a vazão:

$$Q = K \cdot S_0 \cdot \sqrt{2g(d_{Hg} - 1)\Delta h}$$
$$Q = 0,676 \cdot 0,007175 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,09}$$
$$Q = 0,022878346 \text{ m}^3/\text{s}$$

19.1.6 Coeficiente de Descarga (cd')

O Manômetro é utilizado novamente para determinar a relação entre a vazão real (aquela que passa pelo tubo diafragma e abastece o reservatório) e a teórica (a vazão que passa pelo orifício), que é denominada de coeficiente de descarga teórica (cd'). Durante a aferição, obtendo-se um nível $h_3 = 15,1 \text{ m}$ (0,151 m) e outro nível $h_4 = 2,6 \text{ cm}$ (0,026 m).

$$h = h_3 - h_4 = 0,151 - 0,026$$
$$h = 0,116 \text{ m}$$

Com a variação de pressão entre os níveis do manômetro, é calculado a relação entre a vazão real e a vazão teórica (cd'), dada pela seguinte fórmula:

$$Q = cd' \cdot A_o \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$
$$cd' = \frac{Q}{A_o \sqrt{2g \cdot h}} = \frac{0,022878346}{0,007176 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 0,116}}$$
$$cd' = 2,113606951$$

A correção necessária do coeficiente de descarga (cd) deverá ser utilizada nos cálculos de determinação do coeficiente de contração e vazão teórica, sendo assim, ela é calculada pela seguinte fórmula, sabendo-se que o Coeficiente de Forma foi calculado previamente e é $K = 0,5721966$:

$$cd' = cd (1 + 0,15 \cdot K) \therefore cd = \frac{cd'}{1 + 0,15 \cdot K} = \frac{2,113606951}{1 + 0,15 \cdot 0,572916666}$$

$$cd = 1,946343092$$

19.1.7 Vazão Teórica (Q_T)

O manômetro é utilizado mais uma vez para determinar a diferença entre as pressões existentes, com a sua aferição, caso sejam encontradas as alturas $h_5 = 0,142$ m e $h_6 = 0,026$ m, tem-se que a diferença entre essas pressões é $\Delta h = h_5 - h_6 = 0,142 - 0,026 = 0,116$ m. A vazão teórica é calculada por essa diferença de pressão pela seguinte fórmula:

$$Q = cd \cdot A_o \cdot \sqrt{(2g \cdot h)} = 1,946343092 \cdot 0,007175 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 0,116}$$

$$Q = 0,021067829 \text{ m}^3/\text{s}$$

19.1.8 Coeficiente de Velocidade e Coeficiente de Contração

O coeficiente de velocidade é determinado pela relação entre a vazão real e a vazão teórica:

$$C_V = \frac{V_R}{V_T} = \frac{0,022878346}{0,021667829}$$

$$C_V = 1,0859375$$

A correção do valor da relação entre a vazão real e teórica, também pode ser dada pelo produto do coeficiente de contração vezes o coeficiente de velocidade e, isolando o coeficiente de contração, determina-se ele como sendo:

$$cd = C_C \cdot C_V \therefore C_C = \frac{cd}{C_V} = \frac{1,946343092}{1,0859375}$$

$$C_C = 1,792315941$$



Com o objetivo de descobrir a área contraída, a mesma é isolada na seguinte fórmula:

$$C_c = \frac{A_c}{S_o} \therefore A_c = C_c \cdot S_o = 1,492315941 \cdot 0,007175$$

$$A_c = 0,012859866 \text{ m}^2$$

19.2 VISUALIZAÇÃO E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO FENÔMENO DO RESSALTO HIDRÁULICO

19.2.1 Objetivos

- Calcular a Dissipação do Ressalto Hidráulico;
- Cálculo da Vazão no Tubo Diafragma (Q_{TD}) e no Ressalto Hidráulico (Q_{RH});
- Cálculo da Potência Dissipada pelo Tubo Diafragma (P_{dT}) e pelo Ressalto Hidráulico (P_{dRH});
- Cálculo Percentual dos Erros.


19.2.2 Materiais Utilizados

- Água;
- Vertedor retangular sem contrações;
- Canal retangular com comporta de fundo.

19.2.3 Metodologia e Exemplos

O Ressalto hidráulico é um fenômeno que ocorre no escoamento em condutos livres (rios e canais) no ponto onde o regime de escoamento supercrítico (ou torrencial) muda para o regime subcrítico (ou fluvial). E esse experimento tem como objetivo determinar a dissipação de potência e energia ocasionada pelo Ressalto hidráulico.

Com a diferença entre os níveis da água no canal é possível determinar a Dissipação de Energia (ΔE). Em seguida é calculada a vazão no tubo diafragma e no



ressalto hidráulico que serão utilizados futuramente para o cálculo da Potência dissipada pelo Tubo Diafragma e pelo Ressalto Hidráulico.

19.2.4 Dissipação de Energia do Ressalto Hidráulico

O Regime supercrítico é situado na região de menor altura conjugada (y_1) enquanto o regime subcrítico é situado na região de maior altura conjugada (y_2) e, nesse sistema de ressalto hidráulico, há uma dissipação dada pela fórmula $\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 \cdot y_1 \cdot y_2}$.

No experimento, mensura-se as alturas em cada regime do sistema. No regime supercrítico, sendo obtida uma altura de coluna de água de $y_1 = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$, enquanto, para o regime subcrítico, uma altura de coluna de água de $y_2 = 6,0 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$, utilizando a fórmula citada anteriormente, tem-se que a dissipação:

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 \cdot y_1 \cdot y_2} = \frac{(0,06 - 0,015)^3}{4 \cdot 0,015 \cdot 0,06}$$

$$\Delta E = 0,0253125 \text{ m}$$

19.2.5 Vazão no Tubo Diafragma (Q_{TD}) e no Ressalto Hidráulico (Q_{RH})

Com a utilização do manômetro, pode-se calcular a vazão no tubo diafragma por meio da aferição da diferença dos níveis de mercúrio no manômetro. Sendo aferido um nível $h_1 = 9,9 \text{ cm}$ e um nível de $h_2 = 11,1 \text{ cm}$, a diferença dos níveis de mercúrio é dada por:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 11,1 - 9,9$$

$$\Delta h = 1,2 \text{ cm} = 0,012 \text{ m}$$

Com a diferença de níveis do mercúrio no manômetro estabelecida, é possível determinar a vazão no tubo diafragma (Q_{TD}). Para um tubo de diâmetro $\phi = 7,8 \text{ cm}$, sendo o coeficiente $K = 0,676$ e $M = 0,75$. Adotando $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $d_{Hg} = 13,6$, a vazão no tubo diafragma é dada por:



$$Q_{TD} = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$

$$Q_{TD} = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,012}$$

$$Q_{TD} = 2,503592798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Adotando os valores y_1 , y_2 e g que foram previamente citados e aferido o valor da largura do canal como sendo $b = 20,4 \text{ cm} = 0,204 \text{ m}$, pode-se calcular a vazão no ressalto hidráulico (Q_{RH}) que é dada por:

$$\frac{2 \cdot Q_{RH}^2}{g \cdot b^2} = y_2 \cdot y_1^2 + y_1 \cdot y_2^2$$

$$\therefore Q_{RH} = \sqrt{\frac{g \cdot b^2}{2} \cdot (y_2 \cdot y_1^2 + y_1 \cdot y_2^2)}$$

$$Q_{RH} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 0,204^2}{2} \cdot (0,06 \cdot 0,015^2 + 0,015 \cdot 0,06^2)}$$

$$Q_{RH} = 3,711945231 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

19.2.6 Potência Dissipada pelo Tubo Diafragma ($P_{dT D}$) e pelo Ressalto Hidráulico (P_{dRH})

Devido à dissipação de energia dada pela mudança de regime supercrítico para regime subcrítico, gera-se uma potência dessa energia dissipada, uma dada pelo tubo diafragma ($P_{dT D}$) e outra potência dissipada dada pelo Ressalto Hidráulico (P_{dRH}). Adotando o peso específico da água como $\gamma = 9810 \text{ N/m}^3$ e $\mu = 1$, a potência dissipada pelo tubo diafragma é dada por:

$$P_{dT D} = \frac{\gamma \cdot Q_{TD} \cdot \Delta E}{\mu}$$

$$P_{dT D} = \frac{(9810 \cdot 2,503592798 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0253125)}{1}$$

$$P_{dT D} = 0,62168121 \text{ W}$$

Utilizando a vazão no Ressalto Hidráulico previamente calculada ($Q_{RH} = 3,711945231 \cdot 10^{-3} m^3/s$) e a Energia Dissipada ($\Delta E = 0,0253125 m$), fez-se possível calcular a potência dissipada do Ressalto Hidráulico:

$$P_{dRH} = \frac{\gamma \cdot Q_{RH} \cdot \Delta E}{\mu}$$

$$P_{dRH} = \frac{(9810 \cdot 3,711945231 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0253125)}{1}$$

$$P_{dRH} = 0,921734 W$$

19.2.7 Cálculo Porcentual dos Erros

Devido à presença de erros nas aferições, no próprio funcionamento do sistema hidráulico e em possíveis perdas de carga, calcula-se então a porcentagem de erro ou variação dos resultados. Para a potência dissipada foi obtido um valor de 0,62168121 W para o Tubo Diafragma (P_{dTd}) e um valor de 0,921734 W para o Ressalto Hidráulico (P_{dRH}), tem-se que o erro calculado é dado por:

$$E(\%) = \frac{|P_{dTd} - P_{dRH}|}{P_{dTd}} \cdot 100 = \frac{|0,62168121 - 0,921734|}{0,62168121} \cdot 100$$

$$E(\%) = 48,26\%$$

Foi obtido um valor de $2,503592798 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$, para a vazão no tubo diafragma (Q_{TD}) e um valor de $3,711945231 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$ para a vazão no Ressalto Hidráulico (Q_{RH}). Com os valores das vazões, obtém-se a porcentagem de erro:

$$E(\%) = \frac{|Q_{TD} - Q_{RH}|}{Q_{TD}} \cdot 100$$

$$E(\%) = \frac{|2,503592798 \cdot 10^{-3} - 3,71145231 \cdot 10^{-3}|}{2,503592798 \cdot 10^{-3}} \cdot 100$$

$$E(\%) = 48,26\%$$



19.3 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING

19.3.1 Objetivos

- Cálculo da Vazão no Tubo Diafragma;
- Cálculo da Velocidade da Água no Tubo Diafragma;
- Cálculo do Raio Hidráulico;
- Cálculo da Inclinação do Canal e do Coeficiente de Manning.

19.3.2 Materiais Utilizados

- Água;
- Trena;
- Tubo diafragma;
- Régua;
- Quadro de pressões - manômetro tipo u.

19.3.3 Metodologia e Exemplos

Para avaliar a capacidade de tubo, é importante que seja feita a correta escolha do seu coeficiente de rugosidade. Adotar um valor excessivo para esse coeficiente é antieconômico e resulta na determinação errada do tubo, enquanto um valor baixo pode resultar em um tubo hidráulicamente inadequado (ACPA, 2004).

O experimento em questão tem como objetivo calcular um desses coeficientes de rugosidade pelo método de Manning(η), para isso será utilizado o Manômetro para auxiliar o cálculo da vazão no tubo diafragma (Q) que terá sua função para calcular a velocidade da água no canal (V). Será necessário calcular o Raio Hidráulico (Rh) e a inclinação do canal (i) para determinar o coeficiente de rugosidade de Manning (η).



19.3.4 Vazão no Tubo Diafragma

Com a utilização do manômetro tipo U, calcula-se a vazão do tubo diafragma por meio da diferença dos níveis de mercúrio no manômetro. Sendo aferido um nível $h_1 = 10,0 \text{ cm}$ e um nível de $h_2 = 11,5 \text{ cm}$, a diferença dos níveis de mercúrio é dada por: $\Delta h = h_2 - h_1 = 11,5 - 10,0 = 1,5 \text{ cm}$.

Com a diferença de níveis do mercúrio no manômetro estabelecido, pode-se determinar a vazão no tubo diafragma (Q). Para um tubo de diâmetro $\varnothing = 7,8 \text{ cm}$, um coeficiente $K = 0,676$ e $M = 0,75$. Adotando $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $d_{Hg} = 13,6$, tem-se que a vazão no tubo diafragma é dada por:

$$Q = K \cdot M \cdot S \cdot \sqrt{2g \cdot (d_{Hg} - 1) \cdot \Delta h}$$
$$Q = 0,676 \cdot 0,45 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (7,8 \cdot 10^{-2})^2 \sqrt{19,62 \cdot 12,6 \cdot 0,015}$$
$$Q = 2,799101842 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

19.3.5 Velocidade da Água no Tubo Diafragma

As dimensões do orifício, por onde a água passa, são dadas pela largura do canal ($b = 20,4 \text{ cm}$) vezes a altura do orifício ($h = 1,5 \text{ cm}$). Calcula-se a área do orifício como: $A = b \cdot h = 0,204 \cdot 0,015 = 3,06 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Utilizando a equação da continuidade, em que a vazão é o produto entre a área e a velocidade ($Q = A \cdot V$), tem-se que a velocidade é determinada por:

$$Q = A \cdot V \therefore V = \frac{Q}{A} = \frac{2,799101842 \cdot 10^{-3}}{3,06 \cdot 10^{-3}}$$
$$V = 0,919739164 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

19.3.6 Raio Hidráulico

O Raio Hidráulico é determinado pela divisão da área molhada ($b \cdot h$) pelo perímetro da área molhada ($b + 2 \cdot h$), para a largura do canal $b = 20,4 \text{ cm}$ e a altura do orifício $h = 1,5 \text{ cm}$. Tem-se o raio hidráulico:

$$Rh = \frac{b \cdot h}{b + 2 \cdot h} = \frac{0,204 \cdot 0,015}{0,204 + 2 \cdot 0,015}$$

$$Rh = 0,013076925 \text{ m}$$

19.3.7 Coeficiente de Manning

Na realização deste experimento, o canal foi inclinado para uma angulação não determinada, para isso foi preciso aferir a altura em dois lugares diferentes ($L_1 = 1,35 \text{ m}$ e $L_2 = 1,285 \text{ m}$) nos canais e a distância horizontal entre esses dois pontos ($L_H = 1,77 \text{ m}$), com isso:

$$i = \frac{V_{ert}}{L} \cdot 100 = \frac{L_2 - L_1}{L_H} \cdot 100 = \frac{1,35 - 1,285}{1,77} \cdot 100 = \frac{0,065}{1,77} \cdot 100$$

$$i = 3,6723163 \%$$

Com a velocidade média previamente calculada, pode-se utilizar a fórmula a seguir para determinar o coeficiente de rugosidade de Manning:

$$V = \frac{Rh^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}}{\eta} \therefore \eta = \frac{Rh^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}}{V}$$

$$\eta = \frac{0,013076925^{\frac{2}{3}} \cdot 0,036723162^{\frac{1}{2}}}{0,914739164}$$

$$\eta = 0,011628128$$

20. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Os exercícios que serão apresentados foram baseados nos exercícios da 4ª ed. do livro Hidráulica Básica de autoria de Rodrigo de Melo Porto (2006).

EXERCÍCIO 1

O sistema de abastecimento de uma determinada cidade é dado por um Reservatório A, situado numa altitude de 812 m, conectado a um Reservatório secundário C, que está em uma altitude de 800 m, por uma tubulação ($C = 130$). Entre o Reservatório A e C há uma mudança no diâmetro da tubulação, localizada em um Ponto B, a 760 m, alterando o diâmetro de 6 polegadas para 4 polegadas.

A distância entre o Reservatório A e o Ponto B é de 650 m e, do Ponto B até o Reservatório C, 420 m. Desta forma, determine a partir de qual vazão Q_B o Reservatório C passa a ser abastecedor.

Resposta:

1º Passo: considerações iniciais

Na iminência do reservatório 2 abastecer o ponto B a cota de energia em C (HC) é igual à cota de energia no ponto B (HB). Como as cargas cinéticas são desprezadas, a cota piezométrica em C é igual em B, ou seja, $CPB = CPC$, mas $CPB = CPA - \Delta H_{AB}$.

$$\Delta H_{AB} = CPA - CPC$$

Como:

$$CPC = CPB \rightarrow \Delta H_{BC} = 0 \rightarrow Q_C = 0$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} = Q_{AB} + 0 \rightarrow Q = Q_{AB}$$

Logo, o único fluxo que ocorre é na tubulação do trecho AB.



2º Passo: determinação da vazão em B limite para que R2 abasteça em B

$$\Delta H = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

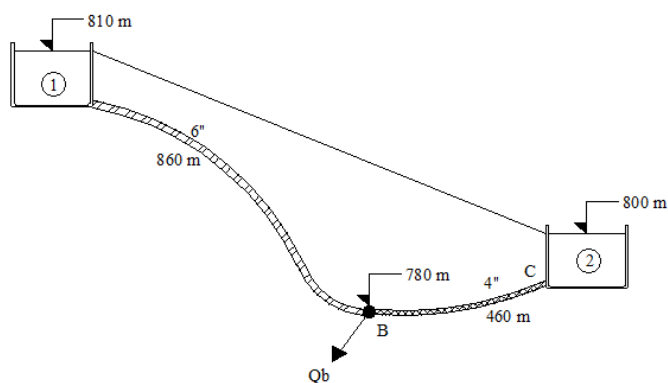
$$(812 - 800) = \frac{(10,65 \cdot Q_{ab}^{1,85} \cdot 650)}{130^{1,85} \cdot 0,15^{4,87}}$$

$$Q_{ab} = 0,0283 \frac{m^3}{s} \text{ ou } 28,3 \frac{l}{s}$$

EXERCÍCIO 2

Desprezando as perdas localizadas e as cargas cinéticas e considerando que as perdas de carga unitárias nas duas tubulações são iguais, determine a vazão e a sua carga de pressão no ponto B, para um sistema em que o reservatório 1 sirva como abastecedor para o reservatório 2 e que esses serão conectados por uma tubulação de aço soldado revestido com cimento centrifugado ($C = 140$).

Figura 40 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

$$\Delta H = \frac{10,65 \cdot Q^{1,85} \cdot L}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

$$\frac{Q_{ab}}{Q_{bc}} = \left[\left(\frac{D_{ab}}{D_{bc}} \right)^{4,87} \right]^{\left(\frac{1}{1,85} \right)}$$

$$\frac{Q_{ab}}{Q_{bc}} = \left(\frac{D_{ab}}{D_{bc}} \right)^{2,63}$$

$$\frac{Q_{ab}}{Q_{bc}} = \left(\frac{6}{2} \right)^{2,63} = 2,905$$

$$Q_{ab} = 2,905 \cdot Q_{bc}$$



Como:

$$Q_{ab} = Q_{bomba} + Q_{bc}$$

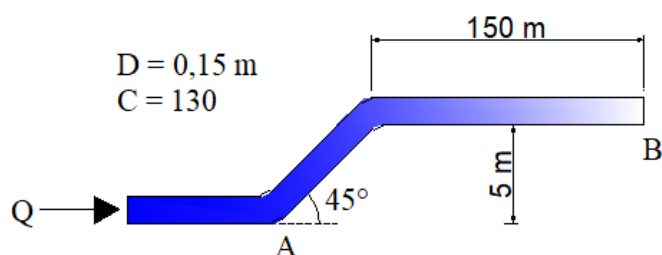
$$2,905Q_{bc} = Q_{bomba} + Q_{bc}$$

$$Q_{bomba} = 1,905 Q_{bc}$$

EXERCÍCIO 3

Em uma determinada tubulação composta de aço soldado novo ($C = 130$), há carga de pressão de $25 \text{ m}_{\text{H}_2\text{O}}$ no ponto A. Determine a vazão no ponto B sabendo que a pressão nesse local é de $17 \text{ m}_{\text{H}_2\text{O}}$ e que o diâmetro de toda a tubulação é de 15 cm.

Figura 41 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

Dados: $\frac{P_A}{\gamma} = 25 \text{ m}$; $\frac{P_B}{\gamma} = 17 \text{ m}$; $Z_A = 0$; $Z_B = 5 \text{ m}$; $\beta = 1,345 \cdot 10^3$

Pela equação de Bernoulli, tem-se que:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H$$

Como $V_A = V_B$ e $Z_A = 0$, tem-se que:

$$25 = 5 + 17 + \Delta H$$


$$\Delta H = 3 \text{ m}_{\text{H}_2\text{O}}$$

Determinando o comprimento da tubulação:

Trecho A – A'

$$\sin 45 = \frac{CO}{A - A'} = \frac{5}{A - A'}$$

$$A - A' = 7,10 \text{ m}$$



Comprimento total: $7,10 + 150 = 157,10m$

Calculando a perda de carga unitária:

$$J = \frac{\Delta H}{L} = \frac{3}{157,10} = 0,0191 \text{ m/m}$$

Determinando a vazão:

$$J = \beta \cdot Q^{1,85}$$

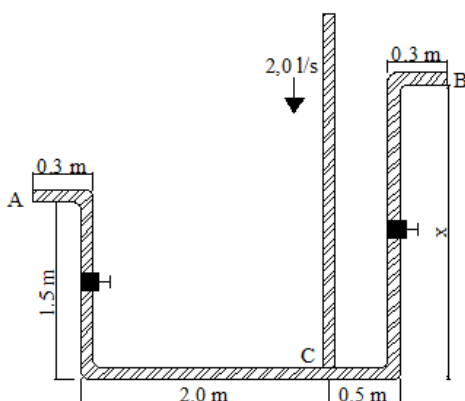
$$Q = \left(\frac{J}{\beta}\right)^{\frac{1}{1,85}}$$

$$Q = \left(\frac{1,91}{1,345 \cdot 10^3}\right)^{\frac{1}{1,85}} = 28,91 \text{ l/s}$$

EXERCÍCIO 4

Por uma determinada instalação hidráulica predial, de diâmetro igual a uma polegada, percorre uma vazão de 2,0 l/s. Sabendo-se que os registros são do tipo gaveta e os cotovelos são de raio curto, determine qual será o comprimento x para que as vazões nas extremidades sejam iguais.

Figura 42 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

Dados: $D = 1'' = 2,54 \text{ cm}$; $C = 125$.

Comprimento equivalente:

Cotovelo 90° raio curto: $Le = 0,189 + 30,53D$

Registro gaveta aberto: $Le = 0,010 + 6,89D$


1º Passo: determinando as perdas de carga

$$L_{AC} = 2,0 + 1,5 + 0,3 = 3,80m$$

$$Le_{CA} = 2(0,189 + 30,53D) + (0,010 + 6,89D) = 0,388 + 67,95 \cdot 0,025 = 2,09$$

$$L_{CB} = 0,5 + x + 0,3 = (0,8 + x)m$$

$$Le_{CA} = 2(0,189 + 30,53D) + (0,010 + 6,89D) = 2,09m$$



2º Passo: igualando as vazões ($Qa = Qb$)

Para que $Qa = Qb$, devemos ter:

$$Z_A + JL_{TA} = Z_B + JL_{TB}$$

$$1,5 + J(3,80 + 2,09) = x + J(2,09 + 0,80 + x)$$

$$J(3,0 - x) = x - 1,50$$

Hazen-Williams:

$$J = 69,81 \cdot \frac{V^{1,85}}{C^{1,85} D^{1,17}}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,001}{\pi \cdot 0,025^2} = 2,04 \text{ m/s}$$

$$J = 69,81 \cdot \frac{2,04^{1,85}}{125^{1,85} 0,025^{1,17}} = 0,2518 \text{ m/m}$$

Com isso:

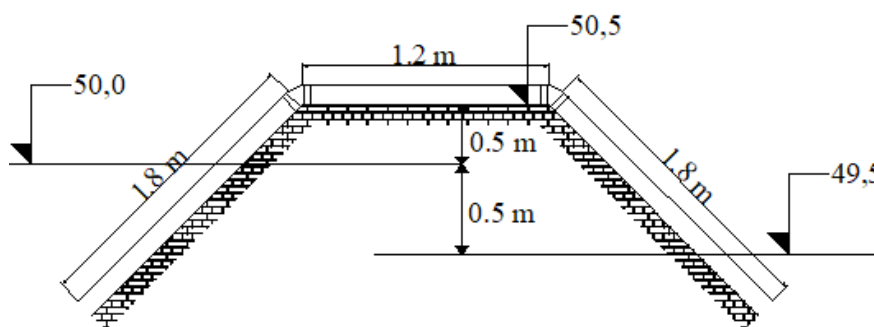
$$0,2802x + x = 0,8406 + 1,50$$

$$x = 1,83 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 5

Um sifão é colocado sobre um dique com a finalidade de suprir um distrito de irrigação. Com o seu diâmetro sendo 2 polegadas. Sabendo que a entrada $K_e = 0,5$, saída $K_s = 1,0$, as curvas são de 45° , $K = 0,2$ e que o material da tubulação é de ferro fundido com revestimento asfáltico ($e = 0,15$ mm), determine qual deverá ser a vazão para uma carga hidráulica de $0,50$ m e a sua correspondente carga de pressão no ponto médio do trecho do sifão. Utilize a equação de Darcy-Weisbach.

Figura 43 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

1º Passo: determinação da velocidade

$$\Delta Z = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum k \frac{V^2}{2g}$$

$$0,50 \cdot 919,6 = \left[f \frac{480}{0,05} + (0,5 + 1,0 + 2 \cdot 0,2) V^2 \right]$$

Tentativa inicial:

$$J = \frac{Dz}{L} = \frac{0,50}{4,80} = 0,1042 \frac{m}{m} \text{ ou } 10,42 \text{ m}/100\text{m}$$

Pela Tabela A2 (Livro): $V = 1,90$ m/s e $f = 0,0278$

Para $V = 1,46$ m/s e $f = 0,0281$

$$9,8 = (96 \cdot 0,0281 + 1,9) \cdot 1,46^2 = 9,8 = 9,8 \text{ (ok)}$$

Logo $V = 1,46 \text{ m/s}$ e $f = 0,0281$

2º Passo: determinação da vazão

$$Q = \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) V = \left(\frac{\pi \cdot 0,050^2}{4} \right) 1,46 = 0,00286 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

3º Passo: determinação da perda de carga até o trecho horizontal

$$\Delta H_{ab} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum k \frac{V^2}{2g} = \left(0,0281 \cdot \frac{2,3}{0,05} + 0,7 \right) \cdot \frac{1,46^2}{19,6}$$

$$\Delta H_{ab} = 0,216 \text{ m}$$

4º Passo: determinação da pressão no trecho horizontal

$$H_A = H_B + \Delta H_{ab}$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H_{ab}$$

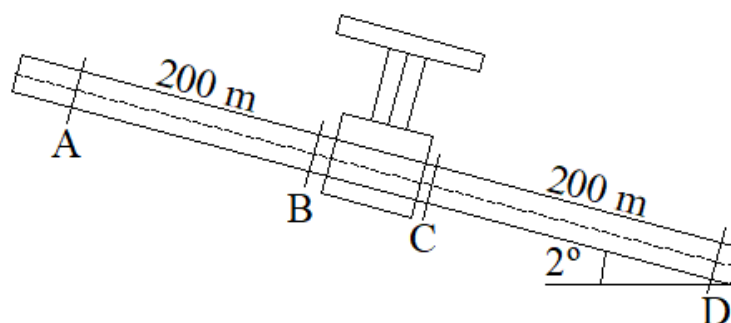
$$50 + 0 + 0 = 50,5 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{1,46^2}{19,6} + 0,216$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 0,83 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 6

Um determinado sistema hidráulico possui um diâmetro D e é assentado com uma inclinação de 2° em relação à horizontal. A diferença entre as cargas de pressão em A e em D equivale a $0,9 \text{ m}_{\text{H}_2\text{O}}$ e as cargas de pressão disponíveis em A e B são iguais. Determine o comprimento equivalente do registro.

Figura 44 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + Z_D + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = Z_D - Z_A + \Delta H$$

$$0,9 = -Z_A + \Delta H$$

$$\sin 2^\circ = \frac{h}{400}$$

$$h = 13,96$$

Portanto:

$$0,9 = -13,96 + \Delta H$$

$$\Delta H = 14,46 \text{ m}$$



Como:

$$\Delta H_o = JL$$

$$J = \frac{6,98}{200} = 0,0349$$

Tem-se que:

$$14,86 = 0,0349L$$

$$L = 425,79$$

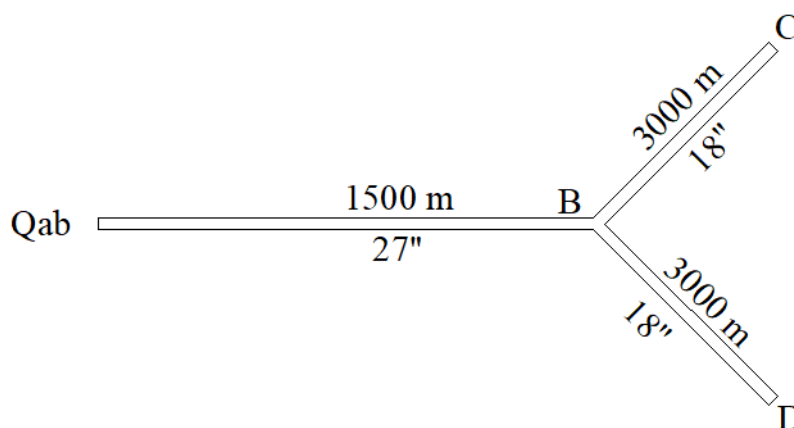
Como $L_{ad} = 400$, $L_e = 25,79$.

EXERCÍCIO 7

Uma tubulação é percorrida por um fluxo de água com vazão de $0,28 \text{ m}^3/\text{s}$ que percorre 1500 m na tubulação de 27 polegadas de diâmetro; após esta distância, a tubulação é dividida em dois trechos iguais de 18 polegadas de diâmetro e 3000 m de comprimento (com contato direto com a atmosfera). No primeiro trecho, a metade da vazão é distribuída uniformemente ao longo do trecho e, no segundo trecho, toda a vazão que entra na extremidade de montante é distribuída ao longo da tubulação.

Adotando um fator de $f = 0,024$ para todas as tubulações e que as tubulações estejam num plano horizontal apenas, determine a diferença de carga entre as seções de entrada e saída. Dados: $Q_{AB} = 0,28 \text{ m}^3/\text{s}$; $f = 0,024$; $Q_{JBC} = 0$; $L_{AB} = 1.500 \text{ m}$

Figura 45 – Figura para Elucidação do Exercício




Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

1º Passo: determinação da perda de carga no trecho AB

$$\Delta H = 0,0827 \frac{f l Q^2}{D^5}$$

$$\Delta H_{ab} = 0,0827 \cdot 0,024 \cdot 1500 \cdot \frac{0,28^2}{0,68^5}$$


$$\Delta H_{ab} = 1,605 \text{ m}$$

2º Passo: determinação das vazões a montante em cada ramo do trecho em paralelo

$$DH_{bc} = DH_{bd}$$

$$0,0827 \cdot f \cdot l \cdot \frac{Q_{fbc}^2}{D^5} = 0,0827 \cdot f \cdot l \cdot \frac{Q_{fbd}^2}{D^5}$$

$$Q_{fbc} = Q_{fbd}$$

Relações:

$$Q_{fbc} = Q_{fbd} \log_0 \frac{Q_{mbv}}{\sqrt{3}} = \frac{Q_{mbd} + Q_{jbd}}{2}$$

$$Q_{jbd} = \frac{Q_{mbd}}{2}$$

$$Q_{ab} = 0,28 = Q_{mbc} + Q_{mbd}$$

Resolvendo o sistema, tem-se que:

$$Q_{mbd} = 0,12 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{mbd} = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$$

3º Passo: determinação das vazões fictícias Q_{fbc} e Q_{fbd}

$$Q_{fbc} = \frac{Q_{mbc}}{\sqrt{3}} = \frac{0,16}{\sqrt{3}} = 0,092 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = Q_{fbd} \text{ (pela relação 1)}$$

4º Passo: determinação da perda de carga no trecho BD

$$\Delta H_{bd} = 0,0827 \frac{f l Q^2}{D^5}$$

$$\Delta H_{bd} = 0,0827 \frac{0,024 * 3000 * 0,092^2}{0,45^5} = 2,73 \text{ m}$$

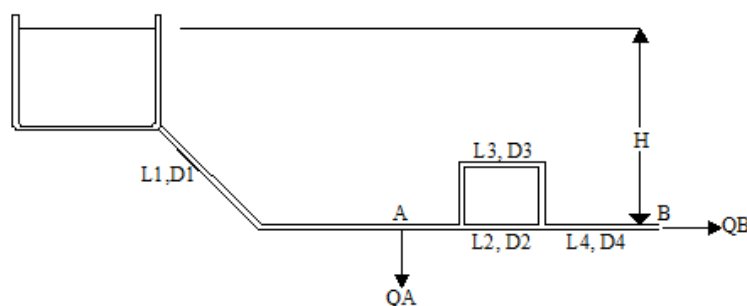
5º Passo: determinação da perda de carga total

$$\Delta H_{ad} = \Delta H_{ab} + \Delta H_{bd} = 1,605 + 2,73 = 4,34 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 8

Em um sistema de abastecimento de uma cidade, há um reservatório que possui um nível de água com uma altura H quando comparado com a altitude da cidade. Nessa cidade, há duas indústrias que são alimentadas por esse sistema; a indústria A consome 35 l/s enquanto que a indústria B consome 50 l/s. Determine qual deverá ser esta altura H e a cota piezométrica na indústria A (despreze as perdas localizadas e a carga cinética).

Figura 46 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

Dados: $L1 = 300 \text{ m}$, $D1 = 225 \text{ mm}$, $f1 = 0,020$, $L2 = 150 \text{ m}$, $D2 = 125 \text{ mm}$, $f2 = 0,028$, $L3 = 250 \text{ m}$, $D3 = 150 \text{ mm}$, $f3 = 0,022$, $L4 = 100 \text{ m}$, $D4 = 175 \text{ mm}$, $f4 = 0,030$.

1º Passo: determinação do comprimento equivalente do trecho em paralelo (2 e 3)

$$\sqrt{\frac{D_E^5}{f_E L_E}} = \sum \sqrt{\frac{D_i^5}{f_i L_i}}$$

$$\sqrt{\frac{0,225^5}{0,020 \cdot L_E}} = \sqrt{\frac{0,125^5}{150 \cdot 0,028}} + \sqrt{\frac{0,150^5}{250 \cdot 0,022}}$$

$$L_E = 701,43 \text{ m}$$

2º Passo: determinação do comprimento equivalente do trecho em série (1 e 4)



$$\frac{f1L1}{D1^5} = \frac{f4L4}{D4^5}$$

$$\frac{0,020 \cdot L1}{0,225^5} = \frac{0,030 \cdot 100}{0,175^5}$$

$$L1 = 527m$$

3º Passo: determinação da perda de carga

$$\Delta H = \Delta HOA + \Delta HAB$$

$$\Delta HOA = 0,0827 \cdot 0,020 \cdot 300 \cdot \frac{(0,035 + 0,050)^2}{0,225^5} = 6,22m$$

$$\Delta HAB = 0,0827 \cdot \frac{f(LA + L)QB^2}{D^5}$$

$$\Delta HAB = 0,0827 \cdot \frac{0,020(701,435 + 527)0,050^2}{0,225^5} = 8,80m$$

$$DH(total) = 6,22 + 8,80 = 15,0m$$

4º Passo: determinação da cota piezométrica no ponta A

$$CPA = \left(\frac{P_A}{\gamma} + Z_A \right) + \Delta HAB$$

$$CPA = 0 + 0 + 8,80$$

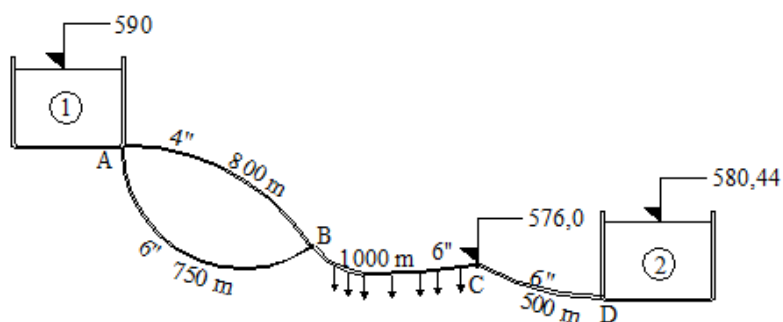
$$CPA = 8,80m$$

EXERCÍCIO 9

Considere um sistema de distribuição de água cuja vazão total que sai do reservatório I é de 20 l/s e que entre os pontos B e C há uma distribuição uniforme linear da vazão igual a $q = 0,01$ litros/(s · m). Em toda a tubulação, o mesmo material é utilizado e possui um fator de atrito $f = 0,020$. Desprezando as perdas localizadas e a carga cinética, determine:

- Cota piezométrica no ponto B;
- Carga de pressão disponível no ponto C;
- Vazão na tubulação de 4 polegadas de diâmetro;

Figura 47 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

1º Passo: determinação do comprimento equivalente do trecho em paralelo

$$\sqrt{\frac{D_E^5}{f L_E}} = \sum \sqrt{\frac{D_i^5}{f L_i}}$$

$$\sqrt{\frac{0,15^5}{f L_E}} = \sum \sqrt{\frac{0,10^5}{f \cdot 800}} + \sqrt{\frac{0,15^5}{f \cdot 750}}$$

$$L_E = 410,70m$$

2º Passo: determinação da cota piezométrica em B (CPB)



$$CPB = CPA - \Delta H_{AB} = \Delta H = 0,0827 \cdot \frac{fLQ^2}{D^5}$$

$$\Delta H = 0,0827 \cdot \frac{0,020 \cdot 410,70 \cdot 0,020^2}{0,15^5} = 3,58m$$

$$CPB = CPA - \Delta H_{AB} = 590 - 3,58$$

$$CPB = 586,42m$$

3º Passo: determinação da vazão fictícia no trecho BC

$$Q_j = Q_m - q \cdot L = 20 - 0,010 \cdot 1000 = 10 \frac{\text{litros}}{s.m}$$

$$Q_f = \frac{Q_m + Q_j}{2} = \frac{0,020 + 0,010}{2}$$

$$Q_f = 0,015 \frac{m^3}{s.m} \text{ ou } 15 \frac{\text{litros}}{s.m}$$

4º Passo: determinação da cota piezométrica em C (CPC)

$$CPC = CPB - \Delta H_{BC} = \Delta H = 0,0827 \cdot \frac{fLQ^2}{D^5}$$

$$\Delta H_{BC} = 0,0827 \cdot \frac{0,020 \cdot 1000 \cdot 0,015^2}{0,15^5} = 4,90m$$

$$CPC = CPB - \Delta H_{BC} = 586,42 - 4,90$$

$$CPC = 581,52 m$$

5º Passo: determinação da carga de pressão no ponto C

$$CPC = \left(\frac{P_c}{\gamma} + Z_c \right)$$

$$\frac{P_c}{\gamma} = CPC - Z_c = 581,52 - 576 = 5,52m$$

6º Passo: determinação da vazão na tubulação de 4"

$$3,58m = 0,0827 \cdot \frac{0,020 \cdot 800 \cdot Q_{4''}^2}{0,15^5}$$

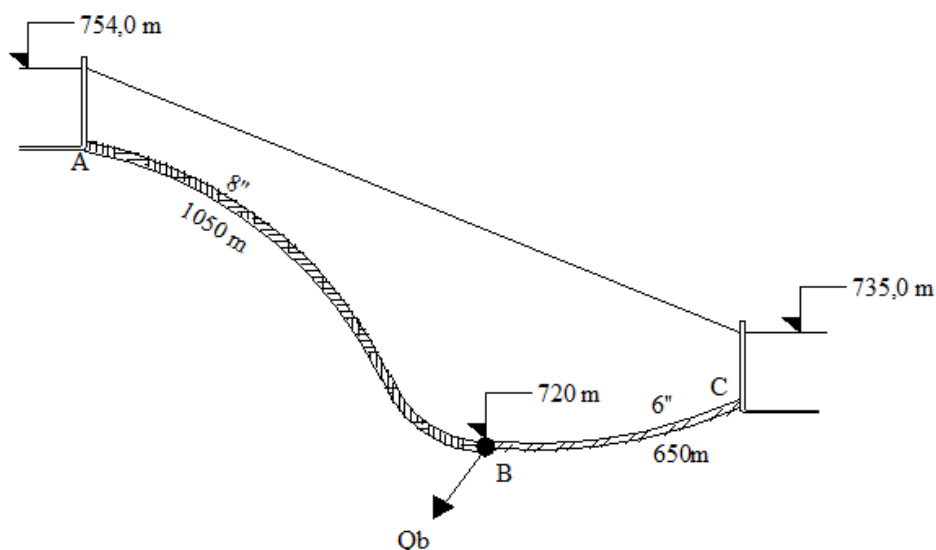
$$Q_{4''} = 0,00520 \frac{m^3}{s} \text{ ou } Q_{4''} = 5,20 \frac{\text{litros}}{s}$$

EXERCÍCIO 10

Considere um sistema de abastecimento composto por dois reservatórios (reservatório A e reservatório C) e uma rede de distribuição localizada no Ponto B. Sabendo-se que a carga de pressão nesse ponto é de $20,0 \text{ m}_{\text{H}_2\text{O}}$ e que o material da tubulação é feito por aço rebitado novo ($C = 110$), determine os itens a seguir desprezando as perdas localizadas, cargas cinéticas e utilize a Equação de Hazen-Williams:

- A vazão no trajeto AB.
- Se o reservatório C é abastecedor ou abastecido.
- A vazão Q_B .
- O valor de carga de pressão em B para que a rede seja abastecida somente pelo reservatório I.

Figura 48 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

1º Passo: determinação da vazão no trecho AB (Q_{AB})

$$CPC = 754 \text{ m}; CPC = 735 \text{ m}$$



$$CPB = \frac{P_B}{\gamma} + ZB = 20 + 720 = 740m$$

$$CPA = CPB + \Delta H_{AB}$$

$$754 = 740 + \frac{10,65 \cdot Q_{AB}^{1,85} \cdot 1050}{(110^{1,85} \cdot 0,20^{4,87})}$$

$$Q_{AB} = 0,0429 \frac{m^3}{s} \text{ ou } Q_{AB} = 42,90 \frac{\text{litros}}{s}$$

2º Passo: situação do reservatório 2

Como $CPC = 735m < CPB = 740m$ então o reservatório 1 abastece o reservatório

2.

3º Passo: determinação da vazão no trecho BC (QBC)

$$CPB = CPC + \Delta H_{BC}$$

$$740 = 735 + \frac{10,65 \cdot Q_{BC}^{1,85} \cdot 650}{(110^{1,85} \cdot 0,15^{4,87})}$$

$$Q_{BC} = 0,01494 \frac{m^3}{s} \text{ ou } 14,94 \frac{\text{litros}}{s}$$

4º Passo: determinação da vazão em B (QB)

$$Q_{AB} = Q_B + Q_{BC}$$

$$Q_B = Q_{AB} - Q_{BC}$$

$$Q_B = 27,95 \frac{\text{litros}}{s}$$

5º Passo: a partir de qual pressão em B o R2 passa também a abastecer o ponto B

$$CPB \leq CPC$$

$$ZB + \frac{P_B}{\gamma} \leq ZC + \frac{P_C}{\gamma}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} \leq 15m$$

EXERCÍCIO 11

Para um sistema hidráulico composto de uma bomba e de uma tubulação que possui 10 cm de diâmetro, 21 m de comprimento, fator de atrito $f = 0,020$ e altura geométrica de 3,2 m, será necessário escolher uma entre duas bombas. Utilizando a tabela abaixo sobre as curvas características de cada uma delas, determine qual da bomba deverá ser utilizada. Após a seleção da bomba, em qual potência ela deverá operar? Despreze as perdas de carga localizadas.

Q (m³/s)	0,000	0,006	0,012	0,018	0,024	0,030	0,036
Bba A H (m)	22,600	21,900	20,300	17,700	14,200	9,700	3,900
η (%)	0,000	32,000	74,000	86,000	85,000	66,000	28,000
Bab B H (m)	16,200	13,600	11,900	11,600	10,700	9,000	6,400
η (%)	0,000	14,000	34,000	60,000	80,000	80,000	60,000

Resposta:

1º Passo: para a tubulação

$$E = Hg + \Delta H = Hg + L \left(\frac{0,0827 \cdot f \cdot Q^2}{D^5} \right)$$


$$E = 3,2 + 3473,4Q^2$$

Para as vazões marcadas:

Q(m³/s)	0,0	0,006	0,012	0,018	0,024	0,03	0,036
E (m)	3,20	3,32	3,70	4,32	5,20	6,33	7,70

Então, no ponto de funcionamento de A:

$$Q_1 = 0,030 \frac{m^3}{s} \rightarrow \eta_1 = 66\%$$


$$Q_2 = 0,036 \frac{m^3}{s} \rightarrow \eta_2 = 28\%$$

$$Q_A = 0,033 \frac{m^3}{s}$$

Interpolando,

$$\frac{Q_A - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{\eta_A - \eta_1}{\eta_2 - \eta_1} \rightarrow \frac{0,033 - 0,03}{0,036 - 0,03} = \frac{\eta_A - 66}{28 - 26}$$

$$\eta_A = 47\%$$

Fazendo o mesmo para o ponto B, tem-se:

$$Q_1 = 0,030 \frac{m^3}{s} \rightarrow \eta_1 = 80\%$$

$$Q_2 = 0,036 \frac{m^3}{s} \rightarrow \eta_2 = 60\%$$

$$Q_A = 0,035 \frac{m^3}{s}$$

Interpolando,

$$\frac{Q_B - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{\eta_B - \eta_1}{\eta_2 - \eta_1} \rightarrow \frac{0,035 - 0,03}{0,036 - 0,03} = \frac{\eta_B - 80}{60 - 80}$$

$$\eta_A = 63,33\%$$

Com isso conclui-se que o melhor rendimento é o da bomba B.

2º Passo: potência requerida

Para encontrar a potência requerida, usa-se o ponto (QB, HB) do funcionamento de B.

Pela equação de B, tem-se:

$$HB = -396,83 \cdot Q^2 - 222,62Q + 15,536$$

Para $Q = 0,035 \text{ m}^3/\text{s}$, $HB = 7,26\text{m}$. Com os valores de Q e H:

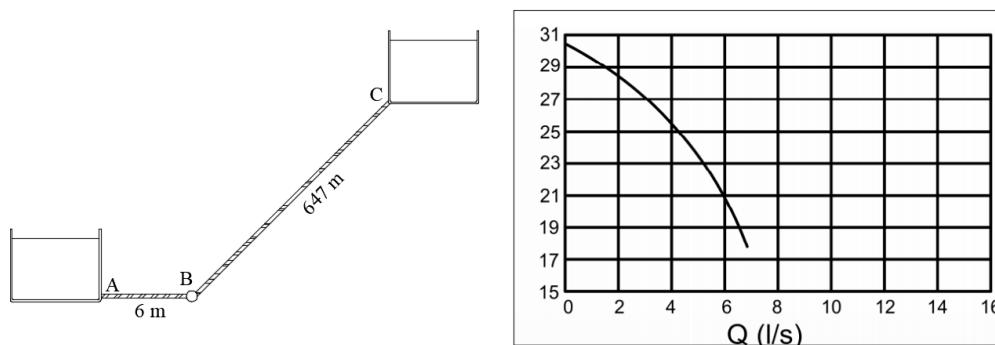
$$Pot = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9800 \cdot 0,035 \cdot 7,26}{0,6333} = 3,93 \text{ kW}$$

EXERCÍCIO 12

Em um sistema elevatório de água, deseja-se alcançar o recalque de 10 l/s de água com um funcionamento contínuo 24 h. O sistema elevatório interliga o reservatório A com o reservatório C por uma bomba localizada em B. Sabendo-se que o comprimento equivalente das peças existentes nas tubulações de sucção vale 43,40 m, enquanto vale 35,10 m para o recalque; sabe-se também que a bomba terá que vencer uma altura geométrica de 20 m. Determine:

- Se é possível associar duas bombas em paralelo para obter a vazão desejada.
- Se for possível obter a vazão desejada associando duas bombas em paralelo, qual será a vazão de cada bomba?
- Qual a vazão e a altura de elevação fornecidas por uma bomba isoladamente isolada no sistema?
- Que verificações devem ser feitas antes de escolher a bomba, de acordo com os pontos de funcionamento obtidos?

Figura 49 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

a)

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{V_A^2}{2g} + E = \frac{P_C}{\gamma} + Z_C + \frac{V_C^2}{2g} + \Delta H_{ac}$$



$$E = 20 + J_{ab} \cdot Jt_{ab} + J_{bc} \cdot Jt_{bc}$$

$$E = 20 + \frac{10,65 \cdot Q^{1,85}}{90^{1,85} \cdot 0,15^{4,87}} (6 + 43,40) + \frac{10,65 \cdot Q^{1,85}}{90^{1,85} \cdot 0,15^{4,87}} (647 + 35,1)$$

$$E = 20 + 19.483Q^{1,85}$$

Tabela para bomba isolada:

Q	0,0	2,0	4,0	6,0	7,0
H	30,0	28,5	26,0	22,0	18,5
E	20,0	20,2	20,7	21,5	22,0

Tabela para bombas em paralelo:

Q	0,0	4,0	8,0	12,0
H	30,0	28,5	26,0	22,0
E	20,0	20,7	22,6	25,4

Interpolando:

$$\frac{26 - X}{26 - 22} = \frac{22,6 - X}{22,6 - 25,4} \rightarrow -2,8(2,6 - X) = 4(22,6 - X)$$

$$X = 24 \text{ m} = E$$

Portanto,

$$24 = 20 + 19.438 * Q^{1,85}$$

$$Q = 0,010 \frac{m^3}{s}$$

b)

Como são duas bombas cada uma fica com uma vazão de 5 l/s.



c)

$$\frac{26 - X}{26 - 22} = \frac{22 - X}{22 - 18,5} \rightarrow \frac{21,5 - X}{21,5 - 22} \rightarrow -0,5(22 - X) = 3,5(21,5 - X)$$

$$X = 21,6m = H$$

Portanto,

$$21,6 = 20 + 19.438 \cdot Q^{1,85}$$

$$Q = 0,0062 \frac{m^3}{s} = 6,2 \frac{l}{s}$$

EXERCÍCIO 13

Com a finalidade de aumentar a vazão de um sistema de abastecimento de água entre dois reservatórios, que funciona por gravidade, foi instalada uma bomba centrífuga no reservatório superior. Um dos reservatórios está localizado a 800,0 m do nível do mar e o outro a 812,0 m do nível do mar, eles são ligados por uma tubulação de 6 polegadas de diâmetro e 1025 m de comprimento. Sabendo que seu fator de atrito vale $f = 0,025$, determine a nova vazão obtida com a instalação dessa bomba. Despreze perdas de carga localizadas e a perda de carga na sucção.

Resposta:

Q (m³/s)	0,000	0,006	0,012	0,018	0,024	0,030	0,036
H (m)	22,600	21,900	20,300	17,700	14,200	9,700	3,900
η (%)	0,000	32,000	74,000	86,000	85,000	66,000	28,000

$$E = -12 + \Delta H = -12 + JL = -12 + 1025 \cdot 0,0827f \left(\frac{Q^2}{0,1524^5} \right)$$

$$E = -12 + 25.777,72Q^2$$

Com uma equação para E, chega-se à tabela:

Q (m³/s)	0,000	0,006	0,012	0,018	0,024	0,030	0,036
H (m)	22,600	21,900	20,300	17,700	14,200	9,700	3,900
E	-12,000	-11,000	-8,300	-3,600	2,800	11,200	21,400

Interpolando:

$$\frac{14,2 - X}{14,2 - 9,7} = \frac{2,8 - X}{2,8 - 11,2} \rightarrow -8,4(14,2 - x) = 4,5(2,8 - x)$$

$$x \rightarrow 10,22 \rightarrow 10,22 = -12 + 25.777,72Q^2$$

$$Q = 28,5 \frac{l}{s}$$

$$CP = z + E = 812 + 10,22 = 822,22m$$

Q	0,024	0,030
H	14,200	9,700
H	8,000	66,000

Interpolando para o rendimento:

$$\frac{14,2 - 10,22}{14,2 - 9,7} = \frac{85 - y}{85 - 66} \rightarrow 0,88 \cdot 9 = 85 - y$$

$$y = 77,08\%$$

Portanto:

$$Pot = \left(\frac{\gamma HQ}{\eta} \right) = \frac{(9,8 \cdot 10^3 \cdot 10,22 \cdot 29,3 \cdot 10^{-3})}{0,7708} = 4,21 \text{ kW}$$

EXERCÍCIO 14

Em um sistema elevatório de água à 20°C é posicionada uma bomba centrífuga na cota 845,0 m, sua tubulação é composta de P.V.C. rígido () com um diâmetro de 4 polegadas e uma distância de sucção tem 3,5 m de comprimento. Utilizando as figuras abaixo, determine a máxima vazão a ser recalçada para a cavitação incipiente. Se a vazão recalçada for igual a 15 l/s, qual a folga do NPSH disponível e do NPSH requerido. Altura estática de sucção igual a 2,0 m e a bomba é não afogada.

Resposta:

T (°C)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
p_v/γ (m)	0,09	0,13	0,17	0,24	0,32	0,43	0,57	0,75	0,98	1,25
T (°C)	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0	95,0	100,0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_v/γ (m)	1,61	2,03	2,56	3,20	3,96	4,86	5,93	7,18	8,62	10,33

Dados: D = 4" = 0,1 m; C = 1560; L = 28,6m; L = 4,3m; T = 20°C

$$\Delta H = (L_e + Le_1 + Le_2) \cdot \frac{(Q^{1,85} \cdot 10,65)}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

$$\Delta H = (3,5 + 28,6 + 4,3) \cdot \frac{(Q^{1,85} \cdot 10,65)}{150^{1,85} \cdot 0,1^{4,87}}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 13,6 \left(\frac{(760 - 0,081h)}{1000} \right)$$

$$h = 845$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 9,40 \text{ mH}_2\text{O}$$



$$NPSHd = \frac{P_A - P_v}{\gamma} - z - \Delta H = 9,40 - \frac{P_v}{\gamma} - 2 - 2708,2Q^{1,85}$$

De acordo com a tabela acima:

$$T = 20^\circ C \rightarrow \frac{P_v}{\gamma} = 0,24$$

$$NPSHd = 7,16 - 2708,2Q^{1,85}$$

Q (l/s)	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00
NPSHr (m)	0,00	0,60	1,20	2,80	5,20	7,60	11,20
NPSHd (m)	7,16	7,01	6,62	6,02	5,21	4,22	3,04

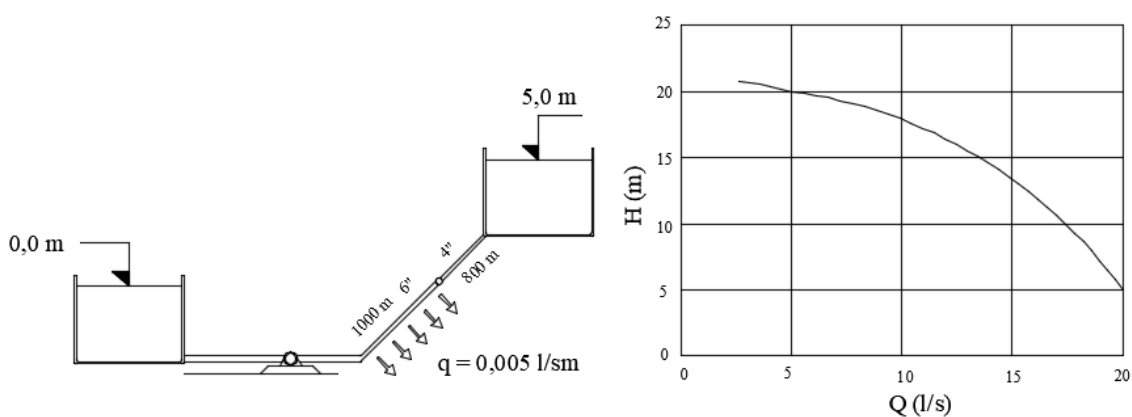
A interseção de NPSHr e NPSHd é em $Q = 20$ l/s. $Q_{\text{máx}} = 20$ l/s. A folga para $Q = 15$ l/s é:

$$\text{Folga} = 6,02 - 2,8 = 3,22.$$

EXERCÍCIO 15

Em um sistema elevatório de água composto por um material com o coeficiente de rugosidade da fórmula de Hazen-Williams $C = 130$, é utilizada uma bomba para recalcar água para o reservatório superior C. Determine a vazão que chega nesse reservatório superior e a cota piezométrica no ponto B sabendo que, da bomba até o ponto B, há uma distribuição de vazão em marcha $q = 0,005 \text{ l/(s} \cdot \text{m)}$. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética.

Figura 50 – Figura para Elucidação do Exercício



Fonte: Gabriel Trentino Froes baseado em Porto (2006).

Resposta:

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{V_A^2}{2g} + E = \frac{P_C}{\gamma} + Z_C + \frac{V_C^2}{2g} + \Delta H_{ac}$$

$$E = Z_C - Z_A + \Delta H_{ac}$$

$$E = 5 + J_{ab} \cdot L_{ab} + J_{bc} \cdot L_{bc}$$

$$E = 5 + \left(\frac{10,65}{130^{1,85}} \right) \cdot \left[\left(\frac{Q_1^{1,85}}{0,1524^{4,87}} \right) \cdot 1000 + \left(\frac{Q_2^{1,85}}{0,1016^{4,87}} \right) \cdot 800 \right]$$

$$Q_a = Q_f = \frac{(Q_a + Q_b)}{2} = Q_a - 0,0025 = Q_1$$

$$Q_b = Q_a - qL_{ab} = Q_a - 0,005 = Q_2$$



$$E = 5 + \left(\frac{10,65}{130^{1,85}} \right) \cdot \left[\left(\frac{(Qa - 0,0025)^{1,85}}{0,1524^{4,87}} \right) \cdot 1000 + \left(\frac{(Qa - 0,005)^{1,85}}{0,1016^{4,87}} \right) \cdot 800 \right]$$

$$E = 5 + 12.457,12 \cdot (Qa - 0,0025)^{1,85} + 71.179,3 \cdot (Qa - 0,005)^{1,85}$$

Q	5,0	10,0	15,0	20,0
H	20,0	17,50	12,5	5,0
E	5,20	10,40	23,1	42,3

Interpolando:

$$\frac{10 - y}{10 - 15} = \frac{17,5 - 15,7}{17,5 - 12,5} \rightarrow 10 - y = -1,8$$

$$y = 11,8 \text{ l} = Q$$

$$Qc = Qb = Qa - qLab = 11,8 - 5 = 6,8 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

A cota piezométrica em B é:

$$\frac{P_A}{\gamma} + Z_A + \frac{V_A^2}{2g} + E = \frac{P_B}{\gamma} + Z_B + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta Hab$$

$$15,7 = CP_B + \left(\frac{10,65}{130^{1,85}} \right) * \left(\frac{0,0093^{1,85}}{0,1524^{4,87}} \right) * 1000$$

$$Qf = \frac{11,8 + 6,8}{2} = 9,3$$

$$CP_B = 15,7 - 2,2 = 13,5m$$

EXERCÍCIO 16

Calcule o regime de escoamento por meio da determinação dos números de Reynolds e Froude e verifique a influência das forças viscosa e da gravidade de um canal regular que possui uma seção trapezoidal e declividade constante. Esse canal possui: a inclinação de taludes 1H:1V ($Z=1$), a largura de fundo igual a 1,0 m, uma altura d'água é igual a 0,80 m e a velocidade média da água é de 0,85 m/s.

Resposta:

Dados: $b = 1,0$ m; $y = 0,80$; velocidade = 0,85 m/s;
viscosidade cinemática = 10^{-6}

$$RH = \frac{A}{P} = \frac{(2,60 + 1) \cdot 0,4}{1,0 + 2 \cdot 1,13}$$

$$RH = 0,44m$$

Tem-se que:

$$b = 2x + b$$

$$b = 2 \cdot 0,8 + 1 = 2,60$$

$$Rey = \frac{(0,85 \cdot 0,44)}{10^{-6}} = 3,75 \cdot 10^5$$

Sendo, portanto, um regime turbulento

$$Hm = \frac{A}{B} = \frac{1,44}{2,6} = 0,55m$$

$$Fr = \frac{0,85}{\sqrt{9,81 \cdot 0,55}} = 0,37$$

Sendo, portanto, regime fluvial.



EXERCÍCIO 17

Calcule a distribuição da pressão e a pressão em um ponto do líquido distante verticalmente 2 m da superfície livre de um canal inclinado de 30° com a horizontal.

Resposta:

Tendo em vista que o escoamento é paralelo e que o mesmo sofre influência da declividade de fundo:

$$p = \gamma \cdot y \cdot \cos^2 \alpha$$

$$p = 9800 \cdot 2 \cdot \cos^2 30 = 14,70 \frac{kN}{m^2}$$

EXERCÍCIO 18

Uma galeria de águas pluviais apresenta um regime de escoamento permanente uniforme com uma vazão de $1,20 \text{ m}^3/\text{s}$. Essa galeria apresenta uma declividade de fundo de $I_0 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/m}$ e $1,0 \text{ m}$ de diâmetro. Sabendo que o coeficiente de rugosidade de Manning vale $n = 0,013$, determine:

- A altura da água e a velocidade média.
- A tensão de cisalhamento média, no fundo, e a velocidade de atrito.
- A capacidade de vazão da galeria, quando ela funciona na condição de máxima de vazão.

Resposta:

Dados: $D = 1,0 \text{ m}$; $N = 0,013$; $I_0 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/m}$; $Q = 1,2 \text{ m}^3/\text{s}$

$$M = \left(\frac{nQ}{\sqrt{I_0}} \right)^{3,8} = \left(\frac{0,013 \cdot 1,2}{\sqrt{2,5 \cdot 10^{-3}}} \right)^{3,8} = 0,646$$

$$K = \frac{M}{D} = \frac{0,646}{1} = 0,646$$

$$m = \frac{y_0}{D} = 0,85$$

$$\left[v = \frac{1}{2,52 * n} D^{\frac{2}{3}} I_0^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right)^{\frac{2}{3}} \right]$$

Com $\theta = 2 \cos^{-1} \left(1 - \left(\frac{2y_0}{D} \right) \right)$, tem-se:

$$\theta = 2 \cos^{-1} \left(1 - \left(\frac{2y_0}{D} \right) \right) = 2 \cos^{-1} \left(1 - \left(\frac{2 * 0,82}{1} \right) \right) = 4,53 \text{ rad}$$

$$v = 1,74 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_h \cdot I$$

$$\tau_0 = 9810 \cdot 0,304 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 7,46 \text{ Pa}$$



$$\mu = \sqrt{g \cdot R_h \cdot I} = 0,086 \frac{m}{s}$$

$$Q = \frac{1}{20,2n} \cdot \sqrt{2,5 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{(5,28 - \sin 5,28)^{\frac{5}{3}}}{5,28^{\frac{2}{3}}} = 1,29 \frac{m^3}{s}$$

EXERCÍCIO 19

Em um canal trapezoidal, transporta-se água numa vazão de $3,25 \text{ m}^3/\text{s}$, em um regime uniforme. Sabendo que a declividade de fundo vale $I_0 = 0,0005 \text{ m/m}$ (trabalhando na seção de mínimo perímetro molhado) e a inclinação dos taludes é de $0,5\text{H}:1\text{V}$, determine:

- Altura da água.
- Largura de fundo.
- Tensão média de cisalhamento no fundo do canal.

O revestimento será em alvenaria de pedra argamassada em condições regulares.

Resposta:

Trapézio: $Q = 3,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$; $I_0 = 0,0005 \frac{\text{m}}{\text{m}}$; $Z = 0,5$; $n = 0,025$; $m = 1,24$

$$M = \left(\frac{nQ}{\sqrt{I_0}} \right)^{\frac{3}{8}} = \left(\frac{0,025 \cdot 3,25}{\sqrt{0,0005}} \right)^{\frac{3}{8}} = 1,62$$

$$m = \frac{b}{y_0}$$

$$1,24 = \frac{b}{1,5}$$

$$b = 1,9\text{m}$$

$$\tau = 9810 \cdot \frac{1,5}{2} \cdot 0,0005 = 3,7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

EXERCÍCIO 20

Para um determinado canal de irrigação será necessário transportar água numa vazão de $0,75 \text{ m}^3/\text{s}$ de modo que a velocidade média tenha um limite igual a $0,45 \text{ m/s}$. Sabendo que o talude possui inclinação 3H:1V e que a declividade de fundo vale $I_0 = 0,0005 \text{ m/m}$, determine as dimensões mínimas para esse sistema de irrigação.

Resposta:

$$\text{Dados: } n = 0,025; Q = 0,75 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}; I_0 = 0,0005 \frac{\text{m}}{\text{m}}; v \leq 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}; z = 3$$

$$A = (b + 2yo)yo$$

$$m = 2 \left(\sqrt{1 + 3^2} - 3 \right) = 0,32 \rightarrow k = 1,780$$

$$\frac{Q}{A} \leq 0,45 \rightarrow \frac{0,75}{A} \leq 0,45$$

$$yo = \frac{0,94}{1,78} = 0,53 \text{ m}$$

$$A = \frac{1}{2} (b + b + 2 \cdot 3 \cdot 0,53) \cdot 0,53$$

$$A = 0,53b + 0,8427$$

$$\text{Mas } A \geq 1,67 \text{ m}^2, \text{ portanto, } 0,53b + 0,8427 \geq 1,67 \rightarrow b \geq 1,56 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 21

Em um canal trapezoidal com fundo em alvenaria de pedra argamassada, talude de 2H:1V e uma declividade de fundo $I_0 = 0,001$ m/m, será necessário transportar água em um regime uniforme com vazão de $8,0$ m³/s em que deva ter uma máxima largura na superfície livre de $8,0$ m, uma máxima velocidade média de $1,30$ m/s e uma máxima altura d'água de $1,15$ m. Canal trapezoidal (alvenaria em pedra argamassada, em boas condições): $n = 0,030$

Resposta:

Dados: $Q = 8,0$ m³/s; $I_0 = 0,001$ m/m; $y_0 < 1,15$ m; $v_{máx} < 1,30$ m/s; $n < 8,0$ m

$$y_0 < 1,15 \rightarrow 1,15 > \frac{M}{K} \leftrightarrow K \geq 1,6 \rightarrow \text{da Tabela 8.2, } m = \frac{b}{y_0} = 2,8$$

$$Q = V \cdot A \rightarrow 8 = V_{max} \cdot A \rightarrow A = 6,15 \text{ m}^2$$

$$A = (m + Z)y_0^2 \rightarrow 6,15 = (2,8 + 2)y_0^2 \rightarrow y_0 = 1,13 \text{ m}$$

$$m = \frac{b}{y_0} = 2,8 \rightarrow b = 2,8y_0 = 2,8 \cdot 1,13 = 3,164 \text{ m}$$

$$B = b + 2 \cdot Z \cdot y_0 \rightarrow B = 3,164 + 2 \cdot 2 \cdot 1,13 = 7,684 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 22

Em um canal trapezoidal há um transporte de $6 \text{ m}^3/\text{s}$ de água percorrendo em uma velocidade de $0,60 \text{ m/s}$. Sabendo que seus taludes são de $4\text{H}:1\text{V}$ e que o coeficiente de rugosidade vale $n = 0,025$, determine a mínima declividade necessária para esse transporte.

Resposta:

Dados: $Z = 4$; $Q = 6 \text{ m}^3/\text{s}$; $V = 0,60 \text{ m/s}$; $n = 0,025$

$$Q = V \cdot A \rightarrow A = \frac{Q}{V} = \frac{6}{0,6} = 10 \text{ m}^2$$

$$A = \frac{(b + B)y_o}{2} = \frac{(b + 2 \cdot Z \cdot y_o)y_o}{2} = (b + Zy_o)y_o = (b + 4y_o)y_o$$

$$A = 10$$

Para que I_o seja mínimo a seção deve ser de mínimo perímetro molhado. Portanto:

$$m = 2(\sqrt{1 + Z^2} - Z) = 2(\sqrt{1 + 4^2} - 4) = 0,246$$

$$m = \frac{b}{y_o} \rightarrow b = 0,246y_o$$

Voltando a A , tem-se:

$$4,246y_o^2 = 10 \rightarrow y_o = 1,53 \text{ m}$$

Por tabela, interpolando, para $m = 0,246$, vem $K = 1,4465$. Assim:

$$y_o = \frac{M}{K} \rightarrow M = 1,53 \cdot 1,4465 = 2,213145$$

$$2,213145 = \left(\frac{0,025 \cdot 6}{\sqrt{I_o}} \right)^{\frac{3}{8}} \leftrightarrow I_o = 3,25 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

EXERCÍCIO 23

A água que percorre em uma galeria de águas pluviais é transportada em um regime uniforme de vazão $0,85 \text{ m}^3/\text{s}$. Sabendo que o diâmetro desse canal é de $1,0 \text{ m}$, $n = 0,014$ e declividade de fundo $I_0 = 0,07 \text{ m/m}$, determine a altura d'água, o regime de escoamento e a declividade de fundo para que o escoamento seja crítico.

Resposta:

Dados: $D = 1\text{m}$; $n = 0,013$; $I_0 = 0,007 \frac{\text{m}}{\text{m}}$; $Q = 0,85 \text{ m}^3/\text{s}$

$$K1 = \frac{\left(\frac{n \cdot Q}{\sqrt{I_0}}\right)^{\frac{3}{8}}}{D}$$

$$K1 = \frac{\left(\frac{0,013 \cdot 0,85}{\sqrt{0,007}}\right)^{\frac{3}{8}}}{1} = 0,468$$

Por tabela tem-se que $P/ K1 = 0,468$:

$$\frac{y_0}{D} \cong 0,455$$

Portanto

$$y_0 = 45,50\text{m}$$

O escoamento é torrencial, tendo em vista que $y_0 < y_c$ (53 cm).

$$I_0 = \left(\frac{n \cdot Q}{(D \cdot k1)^{\frac{8}{3}}}\right)^2 = 0,0041 \text{ m/m}$$

EXERCÍCIO 24

Um canal trapezoidal com altura de água de 1,05m deve transportar, em regime uniforme, 16,7 m³/s de água sobre uma distância de 5 km. A inclinação dos taludes é de 2:1 e a diferença total de nível d'água nos 5 km é de 8,5 m. Qual deve ser a largura de fundo do canal para que a altura crítica seja $y_c = 0,95$ m? Qual é o coeficiente de rugosidade de Manning correspondente?

Resposta:

Dados: $Q = 16,7 \frac{m^3}{s}$; $I_o = 0,0017 \frac{m}{m}$; $y_c = 0,95m$; $Z = 2$

$$\lambda = \frac{Q}{Z \cdot \sqrt{g \cdot y_c^5}} \cong 3$$

Graficamente, tem-se que, para $\lambda \cong 3$, $\psi = 2,5$. Como:

$$\psi = \frac{b}{Z \cdot y_c}$$

$$b = 3,69m$$

$$y_o \cdot K1 = \left(\frac{n \cdot Q}{\sqrt{I_o}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$n \cong 0,012$$

EXERCÍCIO 25

Um canal retangular possui uma vazão de $20,5 \text{ m}^3/\text{s}$, uma largura de fundo de 5 m . Sabendo que altura para essa vazão vale $2,42 \text{ m}$, determine o regime de escoamento e a energia específica.

Resposta:

Dados: $z = 0$; $m = 2$; $Q = 20,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$; $y_o = 2,42\text{m}$; $V = 1,08 \text{ m/s}$; $b = 5\text{m}$

$$E = y_o + \frac{V^2}{2g} = 2,42 + \frac{1,08^2}{5} = 2,57\text{m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{20,5}{5} = 4,1 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$y_c = 1,20\text{m}$$

Como $y_o > y_c$, logo o escoamento é fluvial.

EXERCÍCIO 26

Em uma determinada seção de um canal trapezoidal, há uma transição para um canal de seção circular com mesmo nível de fundo da seção trapezoidal. Com essa transição, deseja-se obter um o melhor escoamento sem afetar as condições de escoamento à montante. O canal trapezoidal transporta a uma vazão de $5,5 \text{ m}^3/\text{s}$, altura de água $1,50 \text{ m}$ e uma largura de fundo igual a $1,50 \text{ m}$. Sabendo que a inclinação dos taludes é $1\text{H}:1\text{V}$, dimensione o diâmetro necessário à seção circular. Despreze as perdas de cargas.

Resposta:

Energia disponível e tipo de escoamento no canal trapezoidal:

$$E1 = y1 + \frac{Q^2}{2gA1^2} = 1,5 + \frac{5,5^2}{19,6 \cdot 4,5^2} = 1,576\text{m}$$

Para $Q = 5,5 \text{ m}^3/\text{s}$, $b = 1,5\text{m}$, e $Z = 1$ e o adimensional vale:

$$\tau = ZQ \sqrt{\frac{Z}{gb^5}} = 5,5 \sqrt{\frac{1}{9,8 \cdot 1,5^5}} = 0,64$$

Pelo gráfico, tem-se que:

$$\psi = 1,7 = \frac{1,5}{yc}$$

$$yc = 0,88\text{m} < y1$$

Como yc é menor que $y1$ o regime é fluvial.

Para não haver alterações no escoamento a montante e o fluxo ser o mais rápido possível, deve-se ter: $E1 = E2 = Ec = 1,576\text{m}$, pois o nível de fundo é o mesmo nas duas seções.

$$\frac{Q}{D^{0,60}} = 1,503Ec^{1,9}$$

$$D = 2,06\text{m}$$

EXERCÍCIO 27

Em um determinado canal, há um ressalto hidráulico igual a 1,2 m. Sabendo-se que o número de Froude na seção de escoamento torrencial é igual a 5,0, determine a vazão unitária e a perda de carga ocasionada pelo ressalto.

Resposta:

Dados: $Fr_1 = 5,0$, $y_2 - y_1 = 1,2m$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 + Fr_1^2} - 1)$$

$$y_2 = 6,589 \cdot y_1 \rightarrow y_2 - y_1 = 1,2$$

$$y_2 = 1,4147m$$

$$y_1 = 0,2147m$$

$$Fr_1 = \frac{q}{\sqrt{g \cdot y_1^3}}$$

$$q = 1,56 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 \cdot y_1 \cdot y_2} = 1,42m$$

EXERCÍCIO 28

Dimensione a profundidade imediatamente à jusante de um ressalto em um canal aberto em forma triangular. Sabe-se que a inclinação dos taludes $Z = 1,5$ e que há um escoamento torrencial de $4,8 \text{ m}^3/\text{s}$ a uma profundidade de $0,80$.

Resposta:

Dados: $Q = 4,8 \text{ m}^3/\text{s}$; $y_1 = 0,80\text{m}$; $Z = 1,5\text{m}$

Encontrando a área:

$$B = 2 \cdot Z \cdot y_1 = 2,4\text{m}$$

$$A_1 = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = 0,06\text{m}^2$$

Pelo gráfico, tem-se que:

$$\frac{y_2}{y_1} = 2$$

Portanto,

$$y_2 = 1,6\text{m}$$

EXERCÍCIO 29

Estime a vazão de um canal trapezoidal que possui 1,20 m de largura de fundo, em que ocorre um ressalto hidráulico com alturas conjugadas $y_1 = 0,48$ m e $y_2 = 1,44$ m e com a inclinação dos taludes de 2:1.

Resposta:

Dados: $y_1 = 0,48$ m; $y_2 = 1,44$ m

$$\frac{y_2}{y_1} = 3$$

Pelo gráfico, tem-se que para $\frac{y_2}{y_1} = 3$ e $m = 0,8$, $Fr_1 = 3,4$.

$$Fr_1^2 = \frac{Q^2 \cdot (b + 2z \cdot y_1)}{g(b \cdot y_1 + z \cdot y_1^2)^3}$$

$$Q = \sqrt{\frac{Fr_1^2 \cdot g \cdot (b \cdot y_1 + z \cdot y_1^2)}{(b + 2z \cdot y_1)}} = 6,36 \text{ m}^3/\text{s}$$

EXERCÍCIO 30

Um canal retangular recebe uma descarga de um vertedor de uma barragem. Com uma vazão unitária de $q = 4,0 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ e uma declividade de fundo $I_0 = 0,0001 \text{ m/m}$, determine suas alturas conjugadas. O revestimento é de concreto e há ressalto hidráulico nesse canal.

Resposta:

Se o canal é largo, o raio hidráulico é igual à altura d'água e a altura normal pode ser determinada pela fórmula de Manning, na forma:

$$\frac{nq}{\sqrt{I_0}} = y_0 y_0^{\frac{2}{3}} \rightarrow \frac{0,016 \cdot 4,0}{\sqrt{0,0001}} \rightarrow y_0 = 3,05 \text{ m}$$

Portanto, o canal é de fraca declividade e o escoamento uniforme é fluvial.

Como o canal é longo, em alguma seção a jusante do pé do vertedor ocorrerá um ressalto hidráulico com altura de água conjugada no regime fluvial $y_2 = y_0 = 3,05 \text{ m}$. O número de Froude no regime fluvial vale:

$$Fr^2 = \frac{q^2}{g \cdot y_2^3} = \frac{16}{9,8 \cdot 3,05^3} = 0,057 \rightarrow Fr = 0,24$$

A altura conjugada vale:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr^2} - 1 \right]$$

$$y_1 = 0,32 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 31

Em um determinado canal trapezoidal, a vazão presente vale 20 m³/s e a altura de água no regime torrencial é de 3,0 m. Qual deve ser a altura conjugada no regime fluvial para que a inclinação valha $Z = 1,5$ e $y_1 = 0,50\text{m}$?

Resposta:

Na seção 1, os parâmetros geométricos e hidráulicos valem:

$$\text{Área: } A_1 = (m_1 + Z)y_1^2 = (3,0/0,50 + 1,5) 0,50^2 = 1,875 \text{ m}^2;$$

$$\text{Largura na superfície: } B_1 = b + 2Zy_1 = 3,0 + 2 \cdot 1,5 \cdot 0,50 = 4,5\text{m};$$

$$\text{Altura hidráulica: } Hm_1 = A_1/B_1 = 1,875/4,5 = 0,417\text{m};$$

$$\text{Velocidade média } V_1 = Q/A_1 = 20/1,875 = 10,67 \text{ m/s}.$$

Número de Froude:

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gHm_1}} = \frac{10,67}{\sqrt{9,8 \cdot 0,471}} = 5,28$$

$$M = \frac{Zy_1}{b_1} = \frac{1,5 \cdot 0,50}{3,0} = 0,25$$

$$Y = \frac{y_2}{y_1} = 5,4$$

$$y_2 = 2,70\text{m}$$

EXERCÍCIO 32

Em um canal retangular suficientemente largo com coeficiente de rugosidade de Manning n , qual é a relação entre a velocidade da conda cinemática Ck e a velocidade média V ?

Resposta:

Para um canal retangular largo, a fórmula de Manning é escrita como:

$$V = \frac{1}{n} \sqrt{I} \omega y^{\frac{2}{3}} \therefore \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{2}{3} \frac{1}{n} \sqrt{I} \omega y^{\frac{1}{3}}$$

$$Ck = V + A \frac{\partial V}{\partial A} = V + y \frac{\partial V}{\partial y}$$

Logo,

$$Ck = V + y \frac{2}{3} \frac{1}{n} \sqrt{I} \omega y^{\frac{2}{3}} = V + \frac{2}{3} \frac{1}{n} \sqrt{I} \omega y^{\frac{2}{3}} = V + \frac{2}{3} V = \frac{5}{3} V$$

EXERCÍCIO 33

Utilizando do exemplo anterior, mostre que o número de Froude no escoamento não perturbado vale 1,5, quando uma onda de gravidade se propaga para a jusante com velocidade V_w igual à velocidade de uma cinemática Ck .

Resposta:

A condição impõe que:

$$V_w = V + c = Ck = \frac{5}{3}V$$

Logo,

$$c = \sqrt{gy} = \frac{2}{3}V$$

E da definição de número de Froude vem:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{3}{2}$$

Para uma seção retangular de largura b , a expressão da celeridade da onda cinemática pode ser determinada, a partir da fórmula de Manning, da seguinte forma:

$$Q = \frac{\sqrt{I_0}}{n} (by) \left(\frac{by}{b + 2y} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Efetuada a derivada da vazão em relação a y e simplificando, obtém-se uma expressão geral da celeridade da onda cinemática em canais retangulares,

$$Ck = \frac{1}{b} \frac{dQ}{dy} = \frac{\sqrt{I_0} b^{2/3}}{n} \left(\frac{y^{\frac{2}{3}} (5b + 6y)}{3(b + 2y)^{\frac{5}{3}}} \right)$$

EXERCÍCIO 34

O canal de admissão de água para a turbina de uma estação hidroelétrica é retangular e possui uma largura $b = 10,0$ m. A água, que é escoada permanente e uniforme, está num fluxo de $Q = 40$ m³/s e com altura normal $y_1 = y_0 = 1,58$ m. Nessa instalação hidroelétrica há uma comporta plana e vertical à montante da turbina e, quando há uma redução da carga na máquina, a comporta é fechada de modo instantâneo, fixando uma vazão de admissão em $Q_f = 0,5$ m³/s. Determine as características dessas ondas de montante e de jusante que partem da seção da comporta e a forma da frente destas ondas.

Devido ao fechamento parcial da comporta, a situação hidráulica no canal possui uma onda positiva de jusante e outra negativa de montante.

Resposta:

1º Passo: cálculo da onda positiva de jusante

Para o escoamento não perturbado (uniforme), a velocidade V_1 vale:

$$Q = V_1 \cdot b \cdot y_1 = 40$$
$$V_1 = \frac{40}{(1,58 \cdot 10)} = 2,53 \frac{m}{s}$$


Na seção da comporta, a vazão é bruscamente reduzida para 0,5 m³/s e a equação da continuidade fica:

$$Q_f = Q_2 = V_2 \cdot b \cdot y_2 = 0,5$$
$$V_2 = \frac{0,5}{(10 \cdot y_2)} = \frac{0,05}{y_2}$$

Como $y_2 > y_1$, vem:

$$\left(2,53 - \frac{0,05}{y_2}\right) = \sqrt{\frac{9,8 \cdot (y_2 - 1,58) \cdot (y_2^2 - 1,58^2)}{2 \cdot 1,58 \cdot y_2}}$$
$$y_2 = 2,71 \text{ m}$$

A altura da onda vale:


$$\Delta y = y_2 - y_1 = 1,13m$$

A celeridade relativa da onda é:

$$c = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 2,71}{2 \cdot 1,58} (2,71 + 1,58)} = 6,0 \frac{m}{s}$$

2º Passo: cálculo da onda negativa de montante

Onda negativa de montante $y_2 < y_1$, com as mesmas condições iniciais, vem:

$$\left(2,53 - \frac{0,05}{y_2}\right) = \sqrt{\frac{9,8 \cdot (y_2 - 1,58) \cdot (y_2^2 - 1,58^2)}{2 \cdot 1,58 \cdot y_2}}$$

$$y_2 = 0,78m$$

A altura da onda vale:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = -0,80m$$

A celeridade relativa da onda é:

$$c = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 0,78}{2 \cdot 1,58} (0,78 + 1,58)} = 2,39 \frac{m}{s}$$

3º Passo: determinação da forma da frente da onda negativa

As celeridades para a parte superior ($y = y_1 = 1,58m$) e o pé da frente da onda ($y = y_2 = 0,78m$) são determinadas como:

para $y = y_1 = 1,58m$:

$$V_{w1} = 2,53 + 3\sqrt{9,8 \cdot 1,58} - 2\sqrt{9,8 \cdot 1,58} = 6,47 \frac{m}{s}$$

para $y = y_2 = 0,78m$:

$$V_{w2} = 2,53 + 3\sqrt{9,8 \cdot 0,78} - 2\sqrt{9,8 \cdot 1,58} = 2,95 \frac{m}{s}$$

EXERCÍCIO 35

Uma estação elevatória é alimentada por um canal retangular de 3,0 m de largura e, essa estação elevatória, deve recalcar uma vazão nominal de 2,0 m³/s. Sabendo que a largura desse canal é de 3,0 m, determine a altura e celeridade absoluta da onda de translação do canal que se propaga para a montante quando há uma interrupção súbita do sistema elevatório.

Resposta:

Com a paralisação total das bombas, tem-se $\Delta Q = -2,0 \frac{m^3}{s}$, portanto na seção de jusante $Q_2 = 0$ e $V_2 = 0$. No escoamento não perturbado, tem-se:

$$V_1 = \frac{Q_1}{by_1} = \frac{2,0}{3 \cdot 0,90} = 0,74 \frac{m}{s}$$

Para uma onda positiva de jusante, vem:

$$0,74 = \sqrt{\frac{9,8 \cdot (y_2 - 0,90) \cdot (y_2^2 - 0,90^2)}{2 \cdot 0,90 \cdot y_2}}$$

$$y_2 = 1,137m$$

Portanto, a altura da onda será $\Delta y = y_2 - y_1 = 1,137 - 0,90 = 0,237m$.

A celeridade relativa vale:

$$c = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1,137}{2 \cdot 0,90} (0,90 + 1,137)} = 3,55 \frac{m}{s}$$

A celeridade absoluta vale:

$$V_w = V_1 - c = 0,74 - 3,55 = -2,81 \frac{m}{s}$$

EXERCÍCIO 36

Um canal retangular de 2,0m de largura transporta uma vazão de 1,60 m³/s, com altura de água igual a 1,0 m. Determinar a altura de uma onda (vagalhão) e sua celeridade absoluta e relativa se a vazão é subitamente elevada para 3,50 m³/s na extremidade de montante do canal.

Resposta:

Para $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 1,90 \frac{m^3}{s}$ à montante, trata-se de uma onda positiva de montante.

A velocidade no escoamento não perturbado vale:

$$V_1 = \frac{Q_1}{by_1} = \frac{1,60}{2 \cdot 1,0} = 0,80 \frac{m}{s}$$

Na seção 2, tem-se:

$$Q_2 = b \cdot y_2 \cdot V_2 = 3,50$$

$$V_2 = \frac{1,75}{y_2}$$

Substituindo na equação, fica:

$$\left(0,80 - \frac{1,75}{y_2}\right) = \sqrt{\frac{9,8 \cdot (y_2 - 1,0) \cdot (y_2^2 - 1,0^2)}{2 \cdot 1,0 \cdot y_2}}$$

$$y_2 = 1,214m$$

Portanto, a altura da onda será $\Delta y = y_2 - y_1 = 1,214 - 1,0 = 0,214m$.

A celeridade relativa vale:

$$c = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1,214}{2 \cdot 1,0}} (1,0 + 1,214) = 3,63 \frac{m}{s}$$



A celeridade absoluta vale:

$$V_w = V_1 - c = 0,80 - 3,63 = 4,43 \frac{m}{s}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACPA. **Coeficiente de Manning**. Traduzido por ABTC. Disponível em: http://www.abtc.com.br/site/download/historia_coeficiente_manning.pdf. Acesso em 25 jul. 2018

AMERICAN SOCIETY OF PLUMBING ENGINEERS (ASPE). **Hazen-Williams Formula**. [2018] Disponível em: <https://www.aspe.org/sites/default/files/webfm/pdfs/TableBookErrata.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2018.

AMERICAN CONCRETE PIPE ASSOCIATION (ACPA). **História da Pesquisa dos Valores do Coeficiente de Manning**. Traduzido por Associação Brasileira dos Fabricantes de Tubos de Concreto (ABTC). 2004. Disponível em: https://www.abtc.com.br/site/download/historia_coeficiente_manning.pdf. Acesso em: 10 mai. 2018.

ANGELO, Edvaldo. **Escoamento Laminar e Escoamento Turbulento**. [201-?]. Disponível em: http://meusite.mackenzie.com.br/eangelo/Exp_Reynolds.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018.

BROWN, E. S. **The Hanover Water Works Company: One Hundred Years of Service**. 1995

CARVALHO, D. F.; SILVA, L. D. B. **Fundamentos de Hidráulica**. 2006. Disponível em: <http://www.ufrj.br/institutos/it/deng/leonardo/downloads/APOSTILA/Apostila%20IT%20503/IT503%20Cap%207.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

CATAPAN, M. F. **Apostila De Desenho Mecânico 1 I Parte**. 2013.

COSTA, *et al.* **Ressalto Hidráulico**. 2016.

COSTA, R. N. T. **Dimensionamento Econômico de Adutoras ou Linhas de Recalque**. [20--?].


FERNANDES, R. O. **Vertedores e Orifícios**. [201-?]. Disponível em: <http://wiki.urca.br/dcc/lib/exe/fetch.php?media=vertedores-orificios.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2019.

FRANCO, B. **Mecânica dos fluidos**. 2ª Ed. Rev. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

GOUVÊA, M. T. **Dedução da Fórmula para Perda de Carga Distribuída – A Equação de Darcy-Weisbach**. 2004. Disponível em: http://meusite.mackenzie.com.br/miriamtg/portfolio_FT_I/portfolio_BE_I_p2.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018.

GUEDES, H. Al. S. **Escoamento em Condutos Forçados**. 2013. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/hugoguedes/files/2013/10/Condutos-For%C3%A7ados_Perda-de-Carga.pdf. Acesso em: 30 jan. 2018.

HALL, E. **Hydraulics in the Golden Age of Sanitary Engineering: The Life of Allen Hazen**. Darcy Memorial Symposium on the History of Hydraulics; Session 1: Pipe Hydraulics. 2003.

- 
- HINSDALE, B. A. **History of the University of Michigan**. University, 1906.
- IGNÁCIO, R. F. **Mecânica dos Fluidos Básica**. [2011]. Disponível em: <http://www.escoladavida.eng.br/mecflubasica/aulasfei/22011/aula1.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.
- JACUZZY INC. **Noções de hidráulica**. 2006. Disponível em: <http://www.jacuzzi.com.br/wp-content/uploads/2016/10/hidraulica.pdf>. Acesso em: 09 mai. 2018.
- LAMON, G. **Número de Reynolds**. 2012. Disponível em: http://lamon.com.br/ckfinder/userfiles/files/Numero_Reynolds.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018.
- LINCK, P. S. **Estudo do Sistema de Água de Processo da Braskem UNIB**. 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/110107/000951825.pdf?sequence=1>. Acesso em: 18 jan. 2018.
- MACHADO, J. L. F. **TRIBUTO AOS FUNDADORES DA CIÊNCIA HIDROGEOLÓGICA. Águas Subterrâneas**, 2008.
- MARTINS, M. C. **Matemática em Família: os Bernoulli. Correio dos Açores**, ilha de São Miguel, mai. 2014. Disponível em: <https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/3530/3/Mat-familia-bernoulli-%28jornal%29-15-5-2015.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2018.
- MENDES, J. F. **Mecânica dos Fluidos. Instituto Superior de Engenharia de Coimbra**, 2009.
- MENDONÇA, F. C. **Associação de Bombas e Golpe de Aríete**, [2013].
- MORAIS, M. M. **Estimação da Perda de Energia Mecânica no Escoamento de Fluidos Incompressíveis no Interior de Tubos**. 2013. Disponível em: http://rodolfo.chengineer.com/data/uploads/ba200_aula9.pdf. Acesso em: 29 jan. 2018.
- MOREIRA, M. **A Equação de Bernoulli da Hidráulica**. 2007.
- NETO, A. **Manual de Hidráulica**. 7ª edição, Vol. II. Edgard Blucher, 1998. 669p.
- O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Daniel Bernoulli**. MacTutor History of Mathematics archive, [1998a]. Disponível em: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Daniel.html. Acesso em: 19 jan. 2018.
- O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Julius Ludwig Weisbach**. MacTutor History of Mathematics archive, [1998b]. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Weisbach.html>. Acesso em: 5 fev. 2018.
- PIZA, F. **Hidráulica Condutos Livres**. 2013.
- PORTO; R M. **Hidráulica Básica**. 4ªed. São Carlos: Ed. EESC-USP, 2006. 540p.
- QUINNEY, D. A. **Daniel Bernoulli and the Making of the Fluid Equation. Keele University, Great Britain**. 1997. Disponível em: <http://pass.maths.org.uk/issue1/bern>. Acesso em: 19 jan. 2018.
- RODRIGUES, L. E. M. J. **Bombas Hidráulicas**. [201-?]. Disponível em: <http://www.engbrasil.eng.br/pp/mf/aula17.pdf>. Acesso em: 09 mai. 2018.



RODRIGUES, L. E. M. J. **Mecânica dos Fluidos: Teorema de Stevin e Princípio de Pascal**. [201-?]. Disponível em: <http://www.engbrasil.eng.br/pp/mf/aula4.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.

SILVA, C. A. **Apostila de Hidráulica Geral**. 2013. Disponível em: <http://files.cesar-irrigacao-e-drenagem.webnode.com/200000382-17884197c2/Apostila%20-%20HIDR%C3%81ULICA%20GERAL.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2018.

SILVEIRA, G. R. P. **Ressalto Hidráulico**. 2015. Disponível em: https://engenhariacivilfsp.files.wordpress.com/2015/11/aula-09_ressalto-1.pdf. Acesso: 10 mai. 201u.

SIMMONS, C. T. Henry Darcy (1803–1858): Immortalised by his scientific legacy. **Hydrogeology Journal**, v. 16, n. 6, p. 1023, 2008.

SOARES, H. Escoamento em Sistemas de Conduitos Forçados. 2012. Disponível em: http://www.ufjf.br/engsanitariaeambiental/files/2012/09/HG_Cap3__Aula-1.pdf. Acesso em: 21 fev. 2018.

SOUSA, J. S. C.; NETO, J. D. Equação Explícita para Cálculo do Fator de Atrito de Darcy-Weisbach em Projetos de Irrigação Pressurizada. **Irriga**, Botucatu, v. 19, n. 1, p. 137-148, jan. 2014. Acesso em: 30 jan. 2018.

SOUZA, S. P. **Trabalho de Mecânica dos Fluidos – Perda de Cargas em Dutos**. Centro Universitário Estadual da Zona Oeste – UEZO Curso Superior de Tecnologia em Construção Naval – CoTCN. Rio de Janeiro, 2011.

TOMAZ, P. **Fórmula de Manning e Canais**. 2013. Disponível em: http://www.pliniotomaz.com.br/downloads/Novos_livros/livro_canais/capitulo50.pdf. Acesso em: 10 mai. 2018.

TRIELLI, M. **Medidores de Vazão**. [2016]. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1902487/mod_resource/content/3/Experiencia_Medidores_de_Vazao.pdf. Acesso em: 12 abr. 2018.

UFCG – UNIVERSIDADE FERAL DE CAMPINA GRANDE. **Propriedades da Água**. Disponível em: <http://www.dec.ufcg.edu.br/saneamento/Agua02.html>. Acesso em: 11 set. 2017.

UFERSA – UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMIÁRIDO. **Orifícios e Bocais**. Disponível em: http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/111/orificios_e_bocais.pdf. Acesso em: 09 mai. 2018.

UFJF – UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA. **Hidráulica Geral Prática**. Disponível em: <http://www.ufjf.br/engsanitariaeambiental/files/2012/09/PR%C3%81TICA-N%C2%B0-03.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2018.

UFLA – UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS. **Escoamento de um Fluido Real**. 2007. Disponível em: http://deg.ufla.br/site/_adm/upload/file/Hfcontinua2007.pdf. Acesso em: 30 jan. 2018.

UNESP – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. **Ensaio de bombas hidráulicas**. [201-?]. Disponível em:



<http://www2.feg.unesp.br/Home/PaginasPessoais/nestorproenzaperez/ensaio-de-bombas.pdf>. Acesso em: 09 mai. 2018.

VASILESCU, A. C. Família Barré de Saint-Venant: Adhémar Jean Claude, Raoul și Julien Family Barré de Saint-Venant: Adhémar Jean Claude, Raoul and Julien 2. [2018].

VENANCIO, S.. **A ÁGUA (03/10): Propriedades da Água**. 2009. Disponível em <http://www.dec.ufcg.edu.br/saneamento/Agua03.html?submit=Continuar>. Acesso em: 13 abr. de 2018.

VILANOVA, L. C. **Mecânica dos Fluidos**. 2016.

ZABELL, S. L. Daniel Bernoulli. In: **Utility and Probability**. Palgrave Macmillan UK, 1990. p. 12-14.

ZANINI, J. R. **Hidráulica: Teoria e Exercícios**. 2016. Disponível em: <http://www.fcav.unesp.br/Home/departamentos/engenhariarural/joserenatezanini/apostila-hidraulica-2016.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

ZOCOLER, J. L.; BAGGIO FILHO, F. C.; OLIVEIRA, L. A. F.; HERNANDEZ, F. B. T. Modelo para Determinação do Diâmetro e Velocidade de Escoamento Econômica em Sistemas Elevatórios de Água. In: **Congresso Temático de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional**, 3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, 2004, Ilha Solteira.

INFORMAÇÕES SOBRE OS AUTORES

HELLEM VICTORIA RIBEIRO DOS SANTOS



Graduada em Engenharia Civil (2015-2019) pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás); mestra em Engenharia Ambiental e Sanitária (2020-2022), sob a linha de pesquisa Sistemas de Abastecimento de Água e Esgotamento Sanitário do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária (PPGEAS) da Escola de Engenharia Civil e Ambiental (EECA) da Universidade Federal de Goiás (UFG). Atualmente, é doutoranda em Ciências Ambientais, vinculada à linha de pesquisa Monitoramento e Análise de

Recursos Naturais do Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais (PPGCiAmb) da UFG.

<http://lattes.cnpq.br/9910174785865879>

<https://orcid.org/0000-0002-4409-1480>

GABRIEL TRENTINO FROES

Graduado em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás, com experiência em Engenharia de Dados em consultoria. Atualmente, empreende nas áreas de Tecnologia da Informação e Gestão Comercial.



FELIPE CORRÊA VELOSO DOS SANTOS

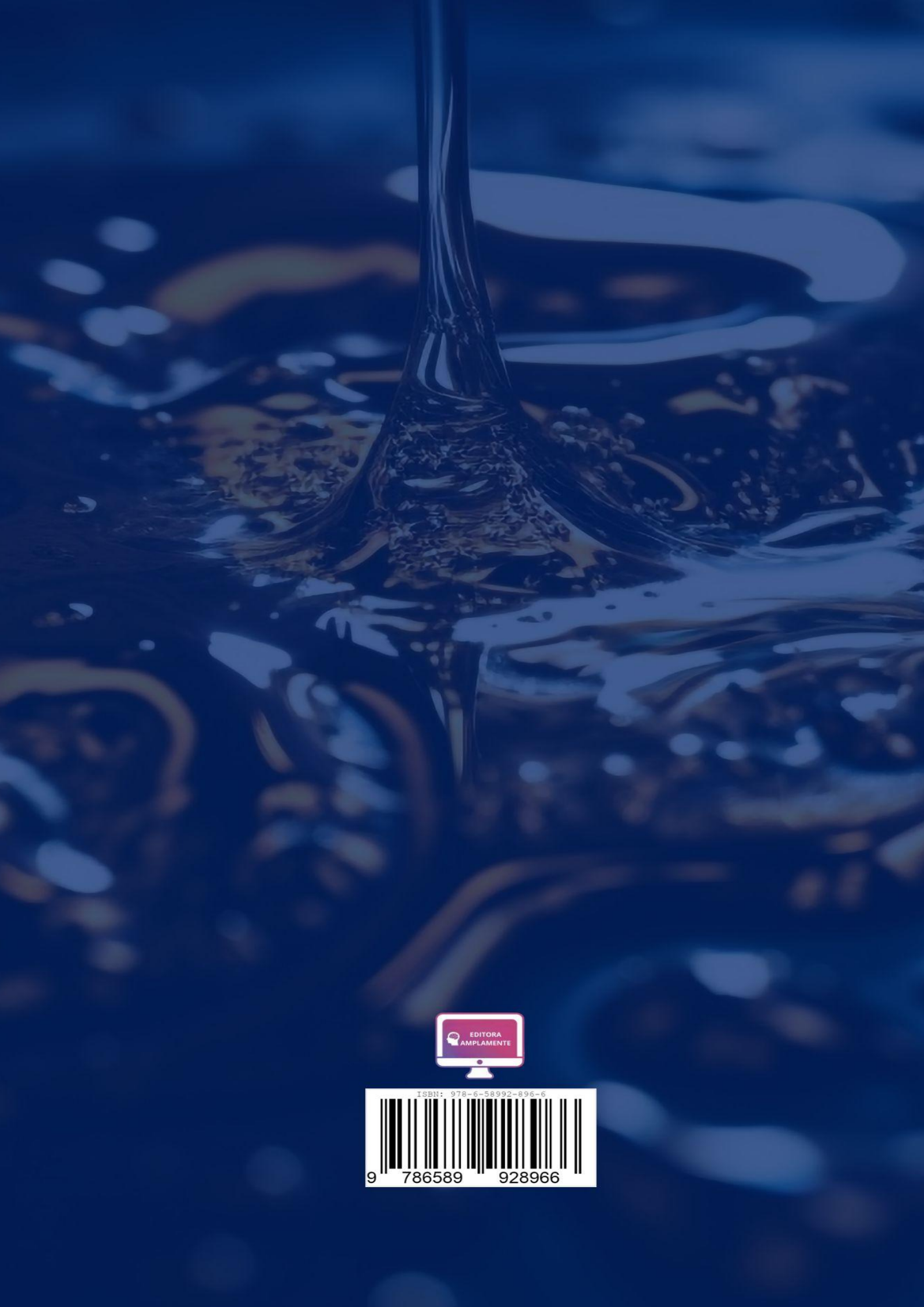


Doutor em Agronomia na área de concentração de Solos e Água pela Universidade Federal de Goiás. Atua, desde agosto de 2012, na docência universitária, lecionando disciplinas na área de recursos hídricos e estatística (Modelagem Matemática, Probabilidade e Estatística, Estatística Aplicada, Climatologia Agrícola, Irrigação e Drenagem, Fenômenos de Transporte, Hidráulica e Hidrologia). Atualmente, é líder do Grupo de Pesquisa em

Gestão e Modelagem em Recursos Hídricos (GEMORH), membro da Associação Brasileira de Recursos Hídricos desde 2014 (ABRHidro), membro da comissão de apoio a pesquisa (COAP) da Pontifícia Universidade Católica de Goiás desde 2018 e revisor científico (Irriga, Mirante, Gestão e Tecnologia). Tem interesse em pesquisas nas áreas de recursos hídricos e ciência de dados, com ênfase em física do solo, dinâmica de água no solo e fenômenos hidrológicos.

<http://lattes.cnpq.br/8785230632435448>

<https://orcid.org/0000-0003-2420-5708>



ISBN: 978-6-58992-896-6



9 786589 928966